LÍMITES

Problema 28:

Hallar:

$$\lim_{y\to\infty} \sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} - y$$

Solución problema 28:

Comprobamos que es una indeterminación:

$$\lim_{y\to\infty} \sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} - y = \sqrt{(\infty+1)\cdot(\infty-2)} - \infty = \infty - \infty$$

A continuación, lo resolveremos, multiplicando por su conjugado, que es:

$$\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} + y$$

$$\lim_{y\to\infty} \sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} - y = \lim_{y\to\infty} \left[\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} - y\right] \cdot \frac{\left[\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} + y\right]}{\left[\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} + y\right]} =$$

$$= \lim_{y\to\infty} \frac{\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)}^2 - y^2}{\left[\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} + y\right]} = \lim_{y\to\infty} \frac{(y+1)\cdot(y-2) - y^2}{\left[\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} + y\right]} = \lim_{y\to\infty} \frac{y^2 - y - 2 - y^2}{\left[\sqrt{(y+1)\cdot(y-2)} + y\right]} = \lim_{y\to\infty} \frac{-y-2}{\left[\sqrt{y^2 - y - 2} + y\right]}$$

Dividimos por la máxima potencia de y:

$$= \lim_{y\to\infty} \frac{\frac{-y}{y} - \frac{2}{y}}{\left[\sqrt{\frac{y^2}{y^2} - \frac{y}{y^2} - \frac{2}{y^2}} + \frac{y}{y}\right]} = \lim_{y\to\infty} \frac{-1 - \frac{2}{y}}{\left[\sqrt{1 - \frac{1}{y} - \frac{2}{y^2}} + 1\right]} = \frac{-1 - \frac{2}{\infty}}{\left[\sqrt{1 - \frac{1}{\infty} - \frac{2}{\infty^2}} + 1\right]} = \frac{-1 + 0}{\left[\sqrt{1 - 0 - 0} + 1\right]} = \frac{-1}{\left[\sqrt{1} + 1\right]} = \frac{-1}{[1 + 1]}$$

$$= \frac{-1}{[1 + 1]} = \frac{-1}{2}$$