LÍMITES

Problema 27:

Hallar:

$$\lim_{n\to\infty} (\frac{n+2}{n-2})^{2n}$$

Solución problema 27:

Comprobamos que es una indeterminación, calculando el límite de ambas por separado:

$$\lim_{n\to\infty} (\frac{n+2}{n-2}) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+2}{n-2}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{\frac{\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{2}{n}}{\frac{\cancel{n}}{\cancel{n}}-\frac{2}{n}}\right) = \frac{1+\frac{2}{\infty}}{1-\frac{2}{\infty}} = \frac{1+0}{1-0} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} 2\mathrm{n} = \infty$$

Luego, la indeterminación es del tipo:

$$\lim_{n\to\infty} (\frac{n+2}{n-2})^{2n} = 1^{\infty}$$

A continuación, lo resolveremos utilizando la igualdad:

$$\lim_{n\to\infty} (1+\frac{1}{n})^{n} = e$$

A las que este tipo de indeterminaciones suelen estar asociadas. Haciendo para ello las transformaciones que sean necesarias:

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{n+2}{n-2})^{2n} = \lim_{n\to\infty}(1+\frac{n+2}{n-2}-1)^{2n} = \lim_{n\to\infty}(1+\frac{\cancel{n}+2-\cancel{n}+2}{n-2})^{2n} = \lim_{n\to\infty}(1+\frac{4}{n-2})^{2n} = \lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{\frac{n-2}{4}})^{2n} =$$

$$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{\frac{n-2}{4}})^{2n\cdot\left(\frac{n-2}{4}\right)\cdot\left(\frac{4}{n-2}\right)} \; De\ esta\ manera, el\ exponente\ no\ varía.$$

$$[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{n-2}{4}}\right)^{\frac{n-2}{4}}]^{\lim_{n\to\infty}2n\cdot\frac{4}{n-2}} = e^{\lim_{n\to\infty}\frac{8n}{n-2}} = e^{\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{8n}{n}}{\frac{n}{n}-\frac{2}{n}}} = e^{\frac{8}{1}} = e^{8}$$