LÍMITES

Problema 25:

Hallar:

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} - x$$

Solución problema 25:

Comprobamos que es una indeterminación:

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} - x = \sqrt{(\infty+1)\cdot(\infty+2)} - \infty = \infty - \infty$$

A continuación, lo resolveremos, multiplicando por el conjugado, que es:

$$\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} + x$$

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} - x = \lim_{x\to\infty} \left[\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} - x\right] \cdot \frac{\left[\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} + x\right]}{\left[\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} + x\right]} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)}^2 - x^2}{\left[\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} + x\right]} = \lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)\cdot(x+2) - x^2}{\left[\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} + x\right]} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x+2-x^2}{\left[\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)} + x\right]} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x+2}{\left[\sqrt{x^2+3x+2} + x\right]}$$

Dividimos por la máxima potencia de x:

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3x}{x} + \frac{2}{x}}{\left[\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2} + \frac{2}{x^2}} + \frac{x}{x}\right]} == \lim_{x\to\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{\left[\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1\right]} = \frac{3 + \frac{2}{\infty}}{\left[\sqrt{1 + \frac{3}{\infty} + \frac{2}{\infty^2}} + 1\right]} = \frac{3+0}{\left[\sqrt{1+0+0} + 1\right]} = \frac{3}{\left[\sqrt{1} + 1\right]} = \frac{3}{[1+1]}$$

$$= \frac{3}{[1+1]} = \frac{3}{2}$$