LÍMITES

Problema 23:

Hallar:

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{3n+5}{3n-5})^{n}$$

Solución problema 23:

Comprobamos que es una indeterminación, calculando el límite de ambas por separado:

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{3n+5}{3n-5}) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n+5}{3n-5}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{3\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{5}{n}}{\frac{3\cancel{n}}{\cancel{n}}-\frac{5}{n}}\right) = \frac{3+\frac{5}{\infty}}{3-\frac{5}{\infty}} = \frac{3+0}{3-0} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \mathrm{n} = \infty$$

Luego, la indeterminación es del tipo:

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{3n+5}{3n-5})^{n} = 1^{\infty}$$

A continuación, lo resolveremos utilizando la igualdad:

$$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^{n} = e$$

A las que este tipo de indeterminaciones suelen estar asociadas. Haciendo para ello las transformaciones que sean necesarias:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n+5}{3n-5}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{3n+5}{3n-5}-1\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{\cancel{3n}+5-\cancel{3n}+5}{3n-5}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{10}{3n-5}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3n-5}{10}}\right)^n =$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3n-5}{10}}\right)^{n\cdot\left(\frac{3n-5}{10}\right)\cdot\left(\frac{10}{3n-5}\right)} \textit{De esta manera, el exponente no varía.}$$

$$\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3n-5}{10}}\right)^{\frac{3n-5}{10}}\right]^{\lim_{n\to\infty} n\cdot\frac{10}{3n-5}} = e^{\lim_{n\to\infty}\frac{10n}{3n-5}} = e^{\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{10n}{n}}{\frac{3n}{n}-\frac{5}{n}}} = e^{\frac{10}{3}}$$