LÍMITES

Problema 18:

Calcular:

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$$

Solución problema 18:

Comprobamos que es una indeterminación:

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18} = \frac{2(1)^3 - 14(1)^2 + 12(1)}{(1)^3 - 10(1)^2 + 27(1) - 18} = \frac{2 - 14 + 12}{1 - 10 + 27 - 18} = \frac{14 - 14}{28 - 28} = \frac{0}{0}$$

Ahora, lo calculamos:

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18} = \lim_{x\to 1} \frac{2x(x^2 - 7x + 6)}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$$

Descomponemos factorialmente ambos polinomios:

$$Q(x) = x^2 - 7x + 6$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2}$$

Dos soluciones:

$$x_1 = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Luego,

$$P(x) = 2x^3 - 14x^2 + 12x = 2x \cdot (x-1) \cdot (x-6)$$

Descomponemos factorialmente:

$$R(x) = x^3 - 10x^2 + 27x - 18$$

Aplicando Ruffini:

	1	-10	27	-18
1		1	-9	18
	1	-9	18	0

Tenemos una solución:

$$x = 1$$

Nos queda, una ecuación de 2º grado:

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2}$$

Dos soluciones:

$$x_2 = \frac{9 + 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_3 = \frac{9 - 3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Luego,

$$R(x) = x^3 - 10x^2 + 27x - 18 = (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x - 6)$$

Sustituimos los polinomios por su descomposición factorial:

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18} = \lim_{x \to 1} \frac{2x(x^2 - 7x + 6)}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18} = \lim_{x \to 1} \frac{2x\cancel{(x-1)}\cancel{(x-6)}}{\cancel{(x-1)}(x-3)\cancel{(x-6)}} = \lim_{nx \to 1} \frac{2x}{(x-3)} = \frac{2 \cdot 1}{1 - 3} = \frac{2}{-2} = -1$$