PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 221:

Determina los valores de x que verifican simultáneamente las igualdades:

$$sen\alpha = \frac{3x + 2}{5}$$

$$tg\alpha = \frac{3x + 2}{6x + 2}$$

Solución Problema 221:

Sustituimos la tangente en función de seno y coseno:

$$\frac{sen\alpha}{cos\alpha} = \frac{3x + 2}{6x + 2}$$

Dividimos miembro a miembro:

$$\frac{sen\alpha}{\frac{sen\alpha}{cos\alpha}} = \frac{\frac{3x + 2}{5}}{\frac{3x + 2}{6x + 2}}$$

$$\frac{\cancel{sen\alpha} \cdot cos\alpha}{\cancel{sen\alpha}} = \frac{(6x + 2)\cancel{(3x + 2)}}{5\cancel{(3x + 2)}}$$

$$cos\alpha = \frac{(6x + 2)}{5}$$

Sabemos la relación fundamental de trigonometría:

$$sen^2x + cos^2x = 1$$

De donde:

$$cos^2x = 1 - sen^2x$$

$$cosx = \sqrt{1 - sen^2x}$$

Aplicamos esta última expresión:

$$cos\alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha}$$

Pero sabemos que

$$cos\alpha = \frac{(6\mathrm{x}+2)}{5}$$

Luego:

$$\frac{(6\mathrm{x}+2)}{5} = \sqrt{1-sen^2\alpha}$$

Y

$$sen\alpha = \frac{3\mathrm{x}+2}{5}$$

Por tanto:

$$\frac{(6\mathrm{x}+2)}{5} = \sqrt{1-(\frac{3\mathrm{x}+2}{5})^2}$$

$$(\frac{6\mathrm{x}+2}{5})^2 = [\sqrt{1-\left(\frac{3\mathrm{x}+2}{5}\right)^2}\,]^2$$

Efectuamos la operación:

$$\frac{36x^2+24\mathrm{x}+4}{25} = 1-\left(\frac{3\mathrm{x}+2}{5}\right)^2$$

$$\frac{36x^2+24\mathrm{x}+4}{25} = 1-\frac{(9x^2+12\mathrm{x}+4)}{25}$$

$$\frac{36x^2+24\mathrm{x}+4}{25} = \frac{25-9x^2-12\mathrm{x}-4}{25}$$

$$36x^2+24\mathrm{x}+4 = 21-9x^2-12\mathrm{x}$$

$$36x^2+9x^2+24\mathrm{x}+12\mathrm{x}+4-21 = 0$$

$$45x^2+36\mathrm{x}-17 = 0$$

$$x = \frac{-36 \pm \sqrt{36^2-4\cdot 45\cdot(-17)}}{2\cdot 45} = \frac{-36 \pm \sqrt{1296+3060}}{90} = \frac{-36 \pm \sqrt{4356}}{90} =$$

$$x = \frac{-36 \pm 66}{90}$$

$$x_1 = \frac{-36 + 66}{90} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} \ \ solución\ válida$$

$$x_2 = \frac{-36 - 66}{90} = \frac{-102}{90} = \frac{-17}{15} \ \ solución\ no\ válida$$