

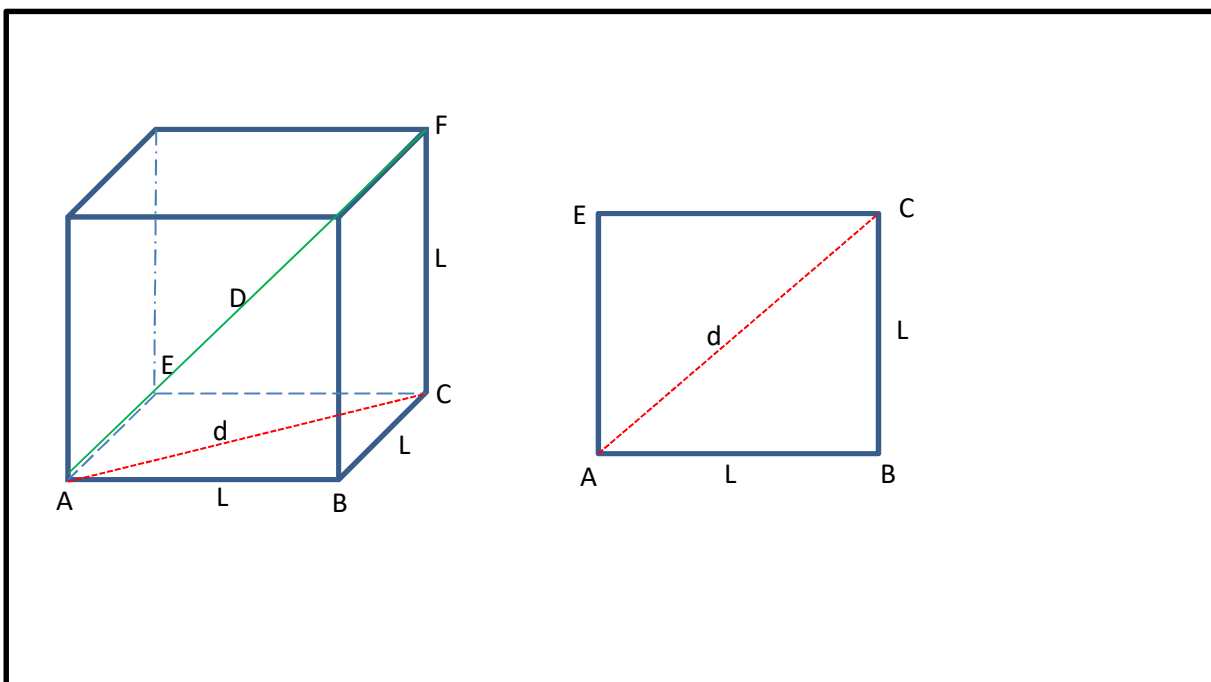
PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Problema 65:

Hallar el radio "r" de una esfera que circunscribe a un cubo de lado L.

Solución Problema 65:

Hacemos croquis aproximado del cubo, y de una de sus caras:



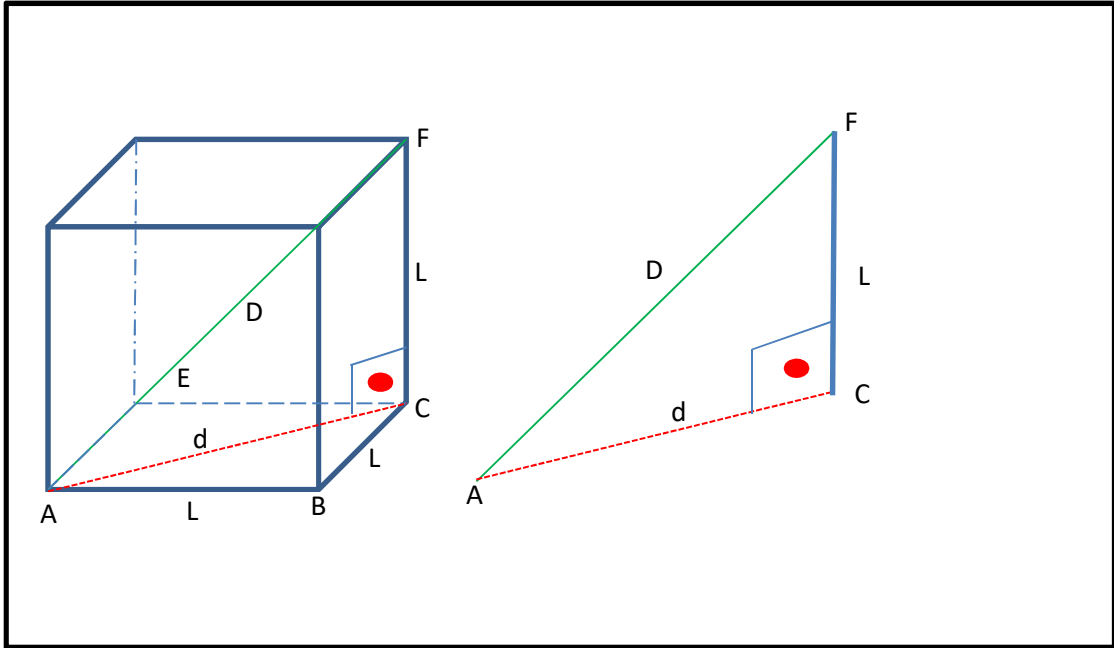
El cubo es un caso particular de paralelepípedo rectángulo que se caracteriza porque tiene 6 caras cuadradas, 12 aristas iguales y 8 vértices.

Calculamos la diagonal ($AC = d$) de la base, que es un cuadrado, aplicando el teorema de Pitágoras, así:

$$d = \sqrt{L^2 + L^2} = \sqrt{2L^2} = L\sqrt{2}$$

A continuación, calculamos la diagonal ($AF = D$) del cubo. La diagonal de un prisma es la recta que une dos vértices no situados en la misma cara.

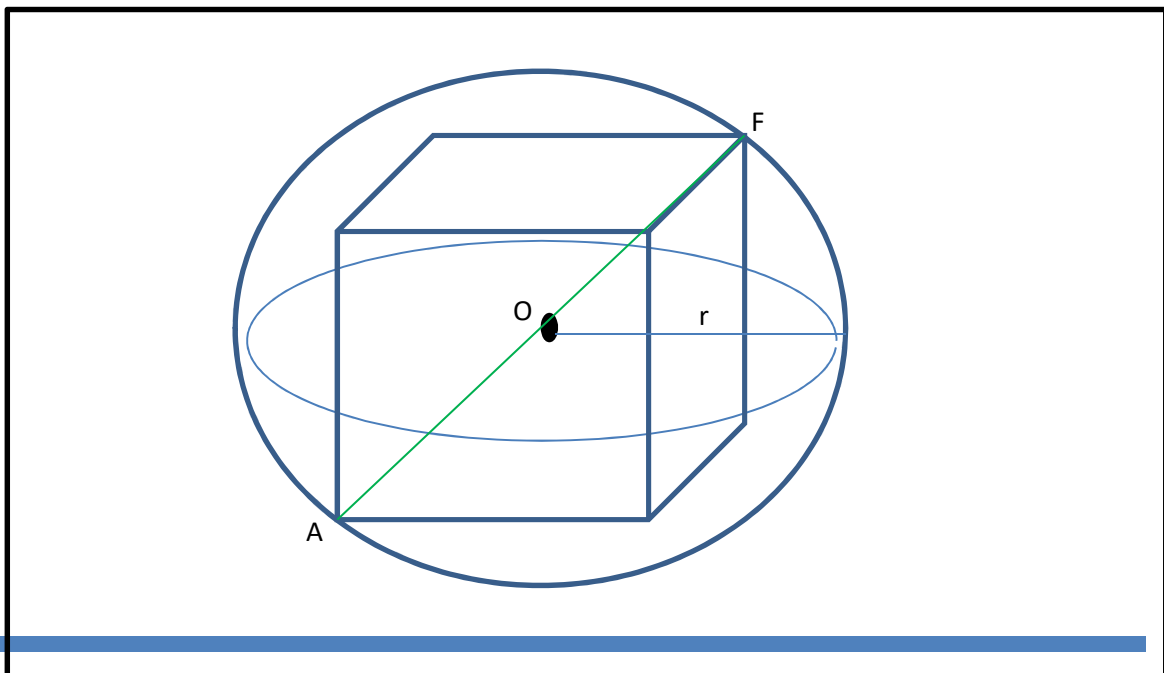
Así, dibujamos el croquis



El ángulo FCA, es recto, luego en el triángulo FCA es rectángulo y podemos hallar la diagonal $AF=D$, aplicando el teorema de Pitágoras:

$$D = \sqrt{L^2 + d^2} = \sqrt{L^2 + (L\sqrt{2})^2} = \sqrt{L^2 + 2L^2} = \sqrt{3L^2} = L\sqrt{3}$$

Ahora de manera esquemática y lo más aproximadamente posible, inscribimos el cubo en la esfera de radio "r":



De esta manera, la diagonal (AF= D) del cubo, que pasa por el centro O de la esfera, coincide con el diámetro de la misma, por lo tanto el radio “r” de la esfera, en función del lado “L” del cubo, será:

$$r = \frac{D}{2} = \frac{L\sqrt{3}}{2}$$