

## LOGARITMOS

### Problema 114:

Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\log x - \log y = \log 56 + \operatorname{colg} 20$$

$$\log x + \log y = 1 + \lg 7$$

### Solución Problema 114:

Para ello, recordamos el concepto de cologaritmo:

$$\operatorname{colog}_b N = \log_b \frac{1}{N} = \log_b 1 - \log_b N = 0 - \log_b N = \log_b N$$

Por tanto,

$$\log x - \log y = \log 56 + \operatorname{colg} 20$$

Se puede expresar como:

$$\log x - \log y = \log 56 - \log 20$$

y

$$\log x + \log y = 1 + \lg 7$$

Se puede expresar como:

$$\log x + \log y = \log 10 + \lg 7$$

El sistema queda:

$$\log x - \log y = \log 56 - \log 20$$

$$\log x + \log y = \log 10 + \lg 7$$

Aplicando diversas propiedades de los logaritmos:

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log\left(\frac{56}{20}\right)$$

$$\log(x \cdot y) = \log(10 \cdot 7)$$

Por tanto, podemos expresar estas ecuaciones como:

$$\frac{x}{y} = \frac{56}{20} \text{ ecuación 1}$$

$$x \cdot y = 70 \text{ ecuación 2}$$

Simplificando y despejando x en la ecuación 1 tenemos:

$$x = \frac{14y}{5}$$

Sustituimos el valor de x en la ecuación 2:

$$x \cdot y = 70 \text{ ecuación 2}$$

$$\frac{14y}{5} \cdot y = 70$$

$$14y^2 = 350$$

$$y^2 = \frac{350}{14} = 25$$

$$y = \sqrt{25} = 5$$

Sustituimos su valor en:

$$x = \frac{14y}{5}$$

$$x = \frac{14 \cdot 5}{5} = 14$$

Por tanto, la solución es:

$$x = 14$$

$$y = 5$$