LÍMITES

Problema 4:

Hallar

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

Solución Problema 4:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

Comprobamos que es una indeterminación, para ello sustituimos el valor de x en el límite:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} = \frac{1^4 - 1^3 + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1}{1^3 - 1^2 + 1 - 1} = \frac{0}{0}$$

Al ser un límite de expresiones algebraicas, hacemos la descomposición factorial de los polinomios, aplicando la regla de Ruffini

$P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 1$

	1	-1	1	-2	1
1		1	0	1	-1
	1	0	1	-1	0

$P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 1 = (x - 1) \cdot (x^3 + x - 1)$

Igualmente, aplicamos la regla de Ruffini a:

$Q(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

	1	-1	1	-1
1		1	0	1
	1	0	1	0

$Q(x) = x^3 - x^2 + x - 1 = (x - 1) \cdot (x^2 + 1)$

Luego,

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^4-x^3+x^2-2x+1}{x^3-x^2+x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}\cdot(x^3+x-1)}{\cancel{(x-1)}\cdot(x^2+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x-1}{x^2+1}=$$

$$=\frac{1^3+1-1}{1^2+1}=\frac{1+1-1}{1+1}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$