

LÍMITES

Problema 3:

El término general de una sucesión es

$$\frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

Forma la sucesión y calcula su límite cuando n tiende a infinito.

Solución Problema 3:

Para formar la sucesión, damos valores a n:

$$\frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

$$\text{Para } n=1: \frac{2n^2-1}{n^2+2} = \frac{2 \cdot 1^2 - 1}{1^2 + 2} = \frac{2-1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Para } n=2: \frac{2n^2-1}{n^2+2} = \frac{2 \cdot 2^2 - 1}{2^2 + 2} = \frac{8-1}{4+2} = \frac{7}{6}$$

$$\text{Para } n=3: \frac{2n^2-1}{n^2+2} = \frac{2 \cdot 3^2 - 1}{3^2 + 2} = \frac{18-1}{9+2} = \frac{17}{11}$$

La sucesión será:

$$\frac{1}{3}, \frac{7}{6}, \frac{17}{11}, \dots, \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

Calculamos el límite cuando n tiende a infinito.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

Comprobamos que es una indeterminación, para ello sustituimos el valor de x en el límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{2\infty^2 - 1}{\infty^2 + 2} = \frac{\infty}{\infty}$$

Al ser un límite que tiende hacia infinito, dividimos por la máxima potencia de n que es, n^2 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n^2}{n^2} - \frac{1}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} + \frac{2}{n^2}} = \frac{\frac{2\cancel{n^2}}{\cancel{n^2}} - \frac{1}{\infty}}{\frac{\cancel{n^2}}{\cancel{n^2}} + \frac{2}{\infty}} = \frac{2 - 0}{1 + 0} = 2$$