

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 218:

Dada la función $y = \cos(-x)$ calcular el valor de la derivada de orden 22 en el punto de abscisa:

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

Solución Problema 218:

Hacemos varias derivadas para saber la ley de formación, y nos fijaremos en las derivadas de índice par por ser este el de la derivada que nos piden:

$$y = \cos(-x)$$

$$y' = -\text{sen}(-x) \cdot (-1) = \text{sen}(-x)$$

$$y'' = \cos(-x) \cdot (-1) = -\cos(-x) = (-1) \cdot \cos(-x)$$

$$y''' = (-1) \cdot [-\text{sen}(-x)] \cdot (-1) = -\text{sen}(-x) = (-1) \cdot \text{sen}(-x)$$

$$y^{iv} = (-1) \cdot \cos(-x) \cdot (-1) = \cos(-x)$$

$$y^v = -\text{sen}(-x)$$

$$y^{vi} = (-1) \cdot \cos(-x) = y''$$

Por tanto, la derivada de orden 22 será igual la segunda derivada porque se repiten cada 4:

$$2+4= 6; 6+4= 10; 10+4= 14; 14+4= 18; 18+4= 22$$

$$y^{xxii} = (-1) \cdot \cos(-x)$$

Para:

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$y^{xxii}\left(\frac{7\pi}{6}\right) = (-1) \cdot \cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$$

$$= (-1) \cdot \cos\left(-\frac{7 \cdot 180^\circ}{6}\right) = (-1) \cdot \cos(-7 \cdot 30^\circ) = (-1) \cdot \cos(-210^\circ) =$$

El valor negativo del ángulo indica que se ha empezado a contar en el sentido de las agujas del reloj, por eso el valor negativo, pero se corresponde con:

$$360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$$

Por tanto,

$$y^{xxii}\left(\frac{7\Pi}{6}\right) = (-1) \cdot \cos(150^\circ) = (-1) \cdot \cos(180 - 30) = (-1) \cdot (-\cos 30) =$$

$$y^{xxii}\left(\frac{7\Pi}{6}\right) = (-1) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$