

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 73:

La suma de los tres primeros términos de una progresión aritmética es 27, y la diferencia entre el primero y el tercero es igual a la base del sistema de logaritmos en la cual 2 tiene por logaritmo 1/3. Calcular los tres términos de la progresión.

Solución Problema 73:

La suma de los tres primeros términos de una progresión aritmética es 27:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 27$$

Poniendo los tres términos en función de a_1 :

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 27$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 27$$

$$3a_1 + 3d = 27$$

$$a_1 + d = 9 \text{ ecuación 1}$$

Por otra parte, la diferencia entre el primero y el tercero es igual a la base del sistema de logaritmos en la cual 2 tiene por logaritmo 1/3:

$$\log_a 2 = \frac{1}{3}$$

Aplicando la definición de logaritmo:

$$a^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$\sqrt[3]{a} = 2$$

$$\sqrt[3]{a^3} = 2^3$$

$$a = 8$$

La diferencia entre el primero y el tercero:

$$a_1 - a_3 = 8$$

Poniendo los dos términos en función de a_1 :

$$a_1 - (a_1 + 2d) = 8$$

$$a_1 - a_1 - 2d = 8$$

$$-2d = 8$$

$$d = \frac{-8}{2} = -4$$

Sustituimos el valor de d en la ecuación 1:

$$a_1 + d = 9 \text{ ecuación 1}$$

$$a_1 = 9 - d = 9 - (-4) = 9 + 4 = 13$$

$$a_2 = a_1 + d = 13 + (-4) = 13 - 4 = 9$$

$$a_3 = a_2 + d = 9 + (-4) = 9 - 4 = 5$$

Los términos son:

$$a_1 = 13$$

$$a_2 = 9$$

$$a_3 = 5$$