PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 121:

Hallar el m.c.d. de los polinomios:

$$x^3 - mx^2 + nx - 6$$

y

$$x^3 + x^2 - px + 8$$

Siendo:

$$\frac{m}{2}$$

$$n - 1$$

$$\frac{p}{2}$$

Los tres primeros cocientes incompletos del desarrollo en fracción continua de la fracción:

$$\frac{347}{112}$$

Solución Problema 121:

Desarrollo en fracción continua de la fracción:

$$\frac{347}{112}$$

Calculamos la fracción continua, utilizando el algoritmo de la división:

$$347 = 112 \cdot 3 + 11$$

Dividiendo ambos miembros por 112:

$$\frac{347}{112} = \frac{112 \cdot 3}{112} + \frac{11}{112} = 3 + \frac{11}{112}$$

Luego:

$$\frac{347}{112}=3+\frac{11}{112}=\ 3+\frac{1}{\frac{112}{11}}\ \textit{dividido númerador y denominador por } 11$$

Calculamos la fracción 112/11:

$$112=11\cdot 10+2$$

Dividiendo ambos miembros por 11:

$$\frac{112}{11}=\ \frac{11\cdot 10}{11}+\frac{2}{11}=10+\frac{2}{11}$$

Luego:

$$\frac{347}{112}=3+3+\frac{1}{\frac{112}{11}}=\ 3+\frac{1}{10+\frac{2}{11}}$$

$$\frac{49}{15}=\ 3+\frac{1}{10+\frac{1}{\frac{11}{2}}}\ \textit{dividido númerador y denominador por } 2$$

Calculamos la fracción 11/2:

$$11=2\cdot 5+1$$

Dividiendo ambos miembros por 2:

$$\frac{11}{2}=\ \frac{2\cdot 5}{2}+\frac{1}{2}=5+\frac{1}{2}$$

$$\frac{347}{112}=\ 3+\frac{1}{10+\frac{1}{\frac{11}{2}}}=3+\frac{1}{10+\frac{1}{5+\frac{1}{2}}}$$

Por tanto:

$$\frac{347}{112}=\ 3+\frac{1}{10+\frac{1}{5+\frac{1}{2}}}$$

Calculamos los valores de m, n y p, siendo los cocientes incompletos: 3, 10 y 5 respectivamente

$$\frac{m}{2} = 3$$

$$m = 3 \cdot 2 = 6$$

Ahora n:

$$n - 1 = 10$$

$$n = 10 + 1 = 11$$

Ahora p:

$$\frac{p}{2} = 5$$

$$p = 5 \cdot 2 = 10$$

Los polinomios serán:

$$P(x) = x^3 - mx^2 + nx - 6 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

y

$$Q(x) = x^3 + x^2 - px + 8 = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

Para hallar el m.c.d. haremos su descomposición factorial, empleando la regla de Ruffini:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

	1	-6	11	-6
1		1	-5	6
	1	-5	6	0 (ecuación de 2º grado)
2		2	-6	
	1	-3	0 (ecuación de 1er grado)	

$$x - 3 = 0$$

Por tanto su descomposición factorial será:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3)$$

El polinomio:

$$Q(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

	1	1	-10	8
1		1	2	-8
	1	2	-8	0 (ecuación de 2º grado)
2		2	8	
	1	4	0 (ecuación de 1er grado)	

$$x + 4 = 0$$

Por tanto su descomposición factorial será:

$$Q(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8 = (x-1)\cdot(x-2)\cdot(x+4)$$

Aplicando la definición de m.c.d., tenemos:

$$m.c.d.(P(x), Q(x)) = (x-1)\cdot(x-2)$$