PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 118:

Dados los polinomios

$A(x) \equiv x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + a$

$B(x) \equiv x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

Determinar el valor de a, sabiendo que el máximo común denominador de ambos es un polinomio de segundo grado. Encontrado este, resolver las ecuaciones A(x)= 0 y B(x)= 0

Solución Problema 118:

Descomponemos factorialmente el polinomio B(x), aplicando la regla de Ruffini:

$B(x) \equiv x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

	1	-4	5	-2
1		1	-3	2
	1	-3	2	0 (ecuación de 2º grado)
1		1	-2	
	1	-2	0 (ecuación de 1er grado)	
2		2		
	1	0		

Por tanto:

$B(x) \equiv x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

Se puede expresar como:

$B(x) \equiv (x-1)^2 \cdot (x-2)$

Por tanto para calcular utilizaremos estas soluciones ya que el polinomio de 2º grado debe contener, al menos, a una de ellas; para ello aplicamos

Ruffini:

Tomamos la solución x= 1

$A(x) \equiv x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + a$

	1	-3	3	-3	a
1		1	-2	1	-2
	1	-2	1	-2	a-2

Por tanto:

$a - 2 = 0$

$a = 2$

Luego el polinomio A(x) queda:

$A(x) \equiv x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$

Hacemos su descomposición factorial:

	1	-3	3	-3	2
1		1	-2	1	-2
	1	-2	1	-2	0 (ecuación de 3er grado)
2		2	0	2	
	1	0	1	0 (ecuación de 2º grado)	

Esta ecuación de segundo grado es de la forma:

$x^2 + 1 = 0$

Su descomposición factorial es:

$A(x) \equiv (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x^2 + 1)$

Por tanto, el máximo común divisor será:

$MCD(x) = (x - 1) \cdot (x - 2)$

$MCD(x) = x^2 - 3x + 2$

Efectivamente es un polinomio de 2º grado.

La resolución de las ecuaciones A(x) y B(x):

$A(x) \equiv x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$

$\boldsymbol{A(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x^2+1) = 0}$

$B(x) \equiv x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

$\boldsymbol{B(x) = (x-1)^2 \cdot (x-2) = 0}$