# PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 117:

Sea la identidad:

$$An^4 + Bn^3 + Cn^2 + D - A(n-1)^4 - B(n-1)^3 - C(n-1)^2 - D(n-1) \equiv (2n-1)^3$$

Calcular A, B, C y D

Solución Problema 117:

Desarrollamos las potencias de los binomios aparte e indicamos el resultado final. También pueden desarrollarse por el binomio de Newton o potencia enésima de un binomio:

$$(n-1)^4 = n^4 - 4n^3 + 6n^2 - 4n + 1$$

$$(n-1)^3 = n^3 - 3n^2 + 3n - 1$$

$$(n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$$

$$(2n-1)^3 = 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

Sustituimos su valor en la expresión inicial:

$$An^4 + Bn^3 + Cn^2 + D - A(n-1)^4 - B(n-1)^3 - C(n-1)^2 - D(n-1) \equiv (2n-1)^3$$

$$An^4 + Bn^3 + Cn^2 + D - A(n^4 - 4n^3 + 6n^2 - 4n + 1) - B(n^3 - 3n^2 + 3n - 1) - C(n^2 - 2n + 1) - D(n-1) \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

$$An^4 + Bn^3 + Cn^2 + D - An^4 + 4An^3 - 6An^2 + 4An - A - Bn^3 + 3Bn^2 - 3Bn + B - Cn^2 + 2Cn - C - Dn + D \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

Eliminamos términos comunes

$$4An^3 - 6An^2 + 3Bn^2 + 4An - 3Bn + 2Cn - Dn + D - A + B - C + D \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

Agrupamos:

$$4An^3 + n^2(-6A + 3B) + n(4A - 3B + 2C - D) + (2D - A + B - C) \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

Agrupamos para $n^3$:

$$4A = 8$$

Agrupamos para $n^2$:

$$-6A + 3B = -12$$

Agrupamos para n:

$$4A - 3B + 2C - D = 6$$

Agrupamos para el término independiente:

$$2D - A + B - C = -1$$

Tenemos 4 ecuaciones con 4 incógnitas:

$$4A = 8$$

$$A = \frac{8}{4} = 2$$

Sustituimos A en:

$$-6A + 3B = -12$$

$$-6 \cdot 2 + 3B = -12$$

$$-12 + 3B = -12$$

$$3B = -12 + 12 = 0$$

$$B = \frac{0}{3} = 0$$

Sustituimos A y B en:

$$4A - 3B + 2C - D = 6$$

Luego:

$$4 \cdot 2 - 3 \cdot 0 + 2C - D = 6$$

$8 + 2C - D = 6$

$2C - D = 6 - 8$

$2C - D = -2 \; ecuación \; 1$

Y en:

$2D - A + B - C = \; -1$

$2D - 2 + 0 - C = \; -1$

$2D - C = \; -1 + 2$

$2D - C = \; 1 \; ecuación \; 2$

Resolviendo el sistema de ecuación 1 y 2:

$2C - D = -2 \; ecuación \; 1$

$2D - C = \; 1 \; ecuación \; 2$

Para ello, multiplicamos la ecuación 2 por 2

$2C - D = -2 \; ecuación \; 1$

$4D - 2C = \; 2 \; ecuación \; 2$

Sumando miembro a miembro:

$3D = 0$

$$D = \frac{0}{3} = 0$$

Sustituimos su valor en la ecuación 1:

$2C - D = -2 \; ecuación \; 1$

$2C - 0 = -2$

$$C = \frac{-2}{2} = -1$$

Por tanto, los valores pedidos son:

A= 2; B= 0; C= -1; D= 0

Comprobación:

$$4An^3 + n^2(-6A + 3B) + n(4A - 3B + 2C - D) + (2D - A + B - C) \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

$$4 \cdot 2n^3 + n^2(-6 \cdot 2 + 3 \cdot 0) + n(4 \cdot 2 - 3 \cdot 0 + 2(-1) - 0) + (2 \cdot 0 - 2 + 0 - (-1)) \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

$$8n^3 - 12n^2 + 8n - 2n - 2 + 1 \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$

$$8n^3 - 12n^2 + 6n - 1 \equiv 8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$$