

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Problema 115:

Resolver la ecuación:

$$(x - 5)(x - 7)(x + 4)(x + 6) = 504$$

Y hallar la suma de los cuadrados de las raíces negativas.

Solución Problema 115:

$$(x - 5)(x - 7)(x + 4)(x + 6) = 504$$

$$(x^2 - 7x - 5x + 35)(x^2 + 6x + 4x + 24) = 504$$

$$(x^2 - 12x + 35)(x^2 + 10x + 24) = 504$$

$$x^4 - 2x^3 - 61x^2 + 62x + 840 = 504$$

$$x^4 - 2x^3 - 61x^2 + 62x + 840 - 504 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 61x^2 + 62x + 336 = 0$$

Aplicamos la regla de Ruffini para su resolución:

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -2 & -61 & 62 & 336 \\ -2 & & -2 & 8 & 106 & -336 \\ \hline & 1 & -4 & -53 & 168 & 0 \text{ (ecuación de 3er grado)} \end{array}$$

$$x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -7 & 1 & -4 & -53 & 168 \\ -7 & & -7 & 77 & -168 \\ \hline & 1 & -11 & 24 & 0 \text{ (ecuación de 2º grado)} \end{array}$$

$$x_2 = -7$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{2} =$$
$$= \frac{11 \pm 5}{2}$$

$$x_3 = \frac{11 + 5}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_4 = \frac{11 - 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Suma de los cuadrados de las raíces negativas:

$$x_1^2 + x_2^2 = (-2)^2 + (-7)^2 = 4 + 49 = 53$$