

LOGARITMOS

Problema 98:

El logaritmo de $1/81$, en base $1/9$, y el logaritmo de 81 , en base 3 , son el cateto y la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Hallar los lados y ángulos de dicho triángulo.

Solución Problema 98:

Hallamos el valor del cateto y de la hipotenusa:

$$\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{81} = a$$

Aplicando la definición de logaritmo:

$$\left(\frac{1}{9}\right)^a = \frac{1}{81}$$

$$\left(\frac{1}{3^2}\right)^a = \frac{1}{3^4}$$

$$\frac{1}{3^{2a}} = \frac{1}{3^4}$$

$$3^{-2a} = 3^{-4}$$

Luego el valor de a , será:

$$-2a = -4$$

$$a = \frac{-4}{-2} = 2$$

Hallamos el valor de la hipotenusa:

$$\log_3 81 = b$$

Aplicando la definición de logaritmo:

$$3^b = 81$$

$$3^b = 3^4$$

Luego el valor de b , será:

$$b = 4$$

Calculamos el valor del otro cateto, c , aplicando el teorema de Pitágoras:

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$c^2 = b^2 - a^2$$

$$c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Los valores de los lados son:

$$\text{Hipotenusa: } b = 4$$

$$\text{Cateto: } a = 2$$

$$\text{Cateto: } c = 2\sqrt{3}$$

Calculamos los ángulos:

Como es un triángulo rectángulo, un ángulo mide 90° . Para hallar los otros dos, calculamos la tangente:

$$\text{tag } \alpha = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \text{arctag } \sqrt{3} = 60^\circ$$

El otro ángulo valdrá:

$$\beta = 90 - \alpha = 90 - 60^\circ = 30^\circ$$