LOGARITMOS

Problema 96:

Calcular el resto R de la división del polinomio

$x^3 - x + 22$

Por el binomio:

$x + 2$

a) Calcular el séptimo término T de la progresión geométrica, cuyo primer término es 1458 y cuyo tercer término es 162.

b) Calcular x en la siguiente expresión:

$$x = \sqrt[\log T]{\frac{T^3}{R}} \cdot \sqrt[\log T^3]{\frac{R}{T}} \cdot \sqrt[logR]{\frac{1}{T^3}}$$

Siendo R y T los valores obtenidos en a) y b) respectivamente.

Solución Problema 96:

Calcular el resto R de la división del polinomio:

x^3		$-x$	22:	$x+2$
$-x^3$	$-2x^2$			x^2-2x+3
0	$-2x^2$	$+4x$		
	0	$+3x$	$+22$	
		$-3x$	-6	
		0	16	

Luego:

$R = 16$

a) Calcular el séptimo término T de la progresión geométrica, cuyo primer término es 1458 y cuyo tercer término es 162.

$$a_1 = 1458$$
$$a_3 = 162$$

Sabemos que:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2$$

Luego:

$$r^2 = \frac{162}{1458} = \frac{1}{9}$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm\frac{1}{3} \quad tomamos\, r = \frac{1}{3}$$

Hallamos el séptimo término: T

Sabemos que:

$$a_7 = a_1 \cdot r^6$$

Luego:

$$a_7 = 1458 \cdot (\frac{1}{3})^6 = \frac{1458}{729} = 2$$

El valor de T es:

$$a_7 = T = 2$$

Calcular x en la siguiente expresión:

$$x = \sqrt[\log T]{\frac{T^3}{R}} \cdot \sqrt[\log T^3]{\frac{R}{T}} \cdot \sqrt[logR]{\frac{1}{T^3}}$$

Siendo R y T los valores obtenidos en a) y b) respectivamente.

$$x = \sqrt[\log 2]{\frac{2^3}{16}} \cdot \sqrt[\log 2^3]{\frac{16}{2}} \cdot \sqrt[log16]{\frac{1}{2^3}} = \sqrt[\log 2]{\frac{2^3}{2^4}} \cdot \sqrt[\log 2^3]{\frac{2^4}{2}} \cdot \sqrt[log16]{\frac{1}{2^3}} =$$

$$= \sqrt[\log]{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[\log 2^3]{2^3} \cdot \sqrt[log16]{\frac{1}{2^3}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{log2}} \cdot (2^3)^{\frac{1}{log2^3}} \cdot (\frac{1}{2^3})^{\frac{1}{log16}}$$

Tomamos logaritmos en ambos miembros de la ecuación, y aplicando varias propiedades de lo logaritmos:

$$logx = \log[(\frac{1}{2})^{\frac{1}{log2}} \cdot (2^3)^{\frac{1}{log2^3}} \cdot \left(\frac{1}{2^3}\right)^{\frac{1}{log16}}\Big] =$$

$$= \log(\frac{1}{2})^{\frac{1}{log2}} + log(2^3)^{\frac{1}{log2^3}} + \log(\frac{1}{2^3})^{\frac{1}{log16}} =$$

$$= \frac{1}{log2} \cdot \log\frac{1}{2} + \frac{1}{log2^3} \cdot log2^3 + \frac{1}{log2^4} \cdot \log\frac{1}{2^3} =$$

$$= \frac{1}{log2} \cdot (\log 1 - log2) + \frac{log2^3}{log2^3} + \frac{1}{log2^4} \cdot (\log 1 - \log 2^3) =$$

$$= \frac{-log2}{log2} + 1 - \frac{\log 2^3}{log2^4} = -1 + 1 - \frac{3 \cdot \log 2}{4 \cdot \log 2} = -\frac{3}{4}$$

Luego:

$$logx = -\frac{3}{4}$$

Aplicando la definición de logaritmo:

$$10^{-\frac{3}{4}} = x$$

$$x = \frac{1}{10^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{10^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{10^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{10}}{\sqrt[4]{10}} = \frac{\sqrt[4]{10}}{\sqrt[4]{10^3} \cdot \sqrt[4]{10}} = \frac{\sqrt[4]{10}}{\sqrt[4]{10^3 \cdot 10}} = \frac{\sqrt[4]{10}}{\sqrt[4]{10^4}}$$

$$x = \frac{\sqrt[4]{10}}{10}$$