DETERMINANTES

Problema 4:

Sean los determinantes:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & x \\ 1 & 9 & x^2 \end{vmatrix}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & x^2 \\ -1 & 27 & x^3 \end{vmatrix}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & x \\ -1 & 27 & x^3 \end{vmatrix}$$

1º Hallar las raíces de la ecuación D= 0

2º Demostrar que D_1 y D_2 son divisibles por D y hallar las raíces de la ecuaciones $D_1 = 0$; y $D_2 = 0$

Solución Problema 4:

1º Hallar las raíces de la ecuación D= 0

Aplicamos la regla de Sarrus:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & x \\ 1 & 9 & x^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & x \\ 1 & 9 & x^2 \end{vmatrix} = 3x^2 + x - 9 - 3 - 9x + x^2 = 4x^2 - 8x - 12 = 0$$

Simplificando por 4:

$$4x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Luego, las raíces son:

$x_1 = 3$; y $x_2 = -1$

2º Demostrar que D_1 y D_2 son divisibles por D:

Hallamos D_1:

Aplicamos la regla de Sarrus:

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & x^2 \\ -1 & 27 & x^3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & x^2 \\ -1 & 27 & x^3 \end{vmatrix} = 9x^3 - x^2 + 27 + 9 - x^3 - 27x^2 = 8x^3 - 28x^2 + 36 = D_1$$

Dividimos D_1 entre D:

$8x^3$	$-28x^2$		$+36$	: $4x^2-8x-12$
$-8x^3$	$+16x^2$	$+24x$		$2x-3$
	$-12x^2$	$+24x$	$+36$	
	$+12x^2$	$-24x$	-36	
			0	

Luego D_1 es divisible por D:

$$\frac{8x^3 - 28x^2 + 36}{4x^2 - 8x - 12} = 2x - 3$$

Hallamos D_2:

Aplicamos la regla de Sarrus:

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & x \\ -1 & 27 & x^3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & x \\ -1 & 27 & x^3 \end{vmatrix} = 3x^3 - x - 27 + 3 + x^3 - 27x = 4x^3 - 28x - 24 = D_2$$

Dividimos D_2 entre D:

$4x^3$	$-28x$	-24	: $4x^2-8x-12$
$-4x^3$	$+8x^2$ $-12x$		$x+2$
	$-8x^2$ $-16x$	-24	
	$8x^2$ $+16x$	$+24$	
		0	

Luego D_2 es divisible por D:

$$\frac{4x^3-28x-24}{4x^2-8x-12}=x+2$$

Hallar las raíces de la ecuaciones D_1 = 0; y D_2 = 0

D_1 = 0: aplicamos la regla de Ruffini:

$$8x^3-28x^2+36=0$$

Simplificando entre 4:

$$2x^3-7x^2+9=0$$

	2	-7	0	9
-1		-2	9	-9
	2	-9	9	0 (ecuación de 2º grado)

$$2x^2-9x+9=0$$

$$x=\frac{9\pm\sqrt{81-72}}{4}=\frac{9\pm\sqrt{9}}{4}=\frac{9\pm 3}{4}$$

$$x_1=\frac{9+3}{4}=\frac{12}{4}=3$$

$$x_2=\frac{9-3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

D_2 = 0: aplicamos la regla de Ruffini:

$$4x^3-28x-24=0$$

Simplificando entre 4:

$x^3 - 7x - 6 = 0$

	1	0	-7	-6
-1		-1	1	6
	1	-1	-6	0 (ecuación de 2º grado)

$x^2 - x - 6 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{1 - 5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$