

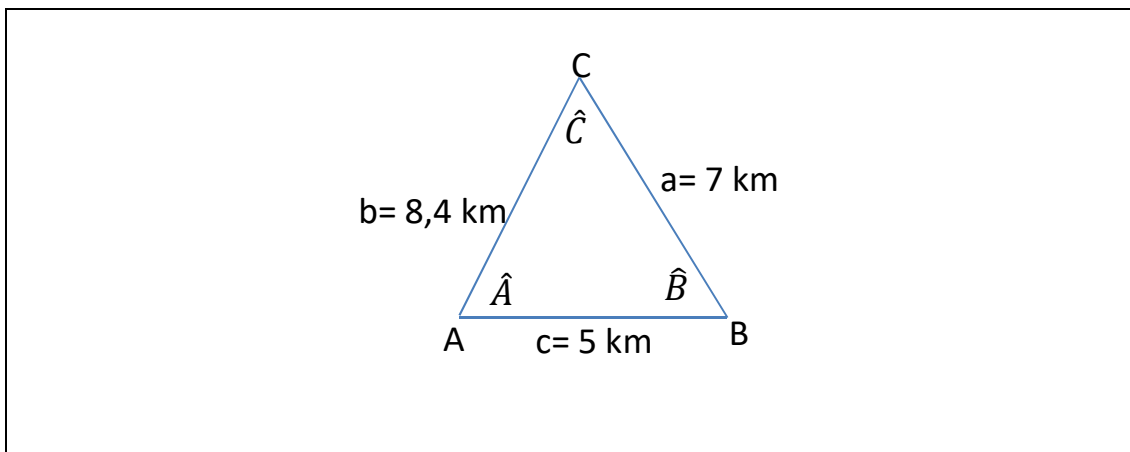
## PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

### Problema 206:

En el croquis de un viajero el punto A queda 5 km del punto B y el punto C queda a 7 km de B y a 8,4 km de A. Determinar

- 1.- Los ángulos A-B-C
- 2.- Conociendo que  $C = 31,5$  grados;  $a = 4$ ;  $b = 8$ , calcular B
- 3.- Conociendo  $A = 105$  grados;  $b = 11$ ;  $c = 8$ , calcular a.

### Solución Problema 206:



#### **1.- Los ángulos A-B-C**

Calcularemos los valores de los ángulos A, B y C mediante las fórmulas de Briggs, que permiten hallarlos en un triángulo conociendo sus lados.

Recordar que en las fórmulas de Briggs, “p” es el semiperímetro.

Calculamos el perímetro:

$$P = a + b + c = 7 + 8,4 + 5 = 20,4 \text{ km}$$

El semiperímetro será:

$$p = \frac{P}{2} = \frac{20,4}{2} = 10,2 \text{ km}$$

Hallamos el valor de Â:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b) \cdot (p-c)}{p \cdot (p-a)}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(10,2 - 8,4) \cdot (10,2 - 5)}{10,2 \cdot (10,2 - 7)}} = \sqrt{\frac{1,8 \cdot 5,2}{10,2 \cdot 3,2}} = \sqrt{\frac{9,36}{32,64}} = \sqrt{0,287}$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{0,287} = 0,535$$

$$\frac{A}{2} = \operatorname{arctg} 0,535 = 28,14$$

$$A = 2 \cdot 28,14 = 56,28^\circ$$

Hallamos el valor de  $\hat{B}$ :

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a) \cdot (p-c)}{p \cdot (p-b)}} = \sqrt{\frac{(10,2 - 7) \cdot (10,2 - 5)}{10,2 \cdot (10,2 - 8,4)}} = \sqrt{\frac{3,2 \cdot 5,2}{10,2 \cdot 1,8}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{16,64}{18,36}} = \sqrt{0,91}$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{0,91} = 0,95$$

$$\frac{B}{2} = \operatorname{arctg} 0,95 = 43,53$$

$$B = 2 \cdot 43,53 = 87,06^\circ$$

Hallamos el valor de  $\hat{C}$ :

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a) \cdot (p-b)}{p \cdot (p-c)}} = \sqrt{\frac{(10,2 - 7) \cdot (10,2 - 8,4)}{10,2 \cdot (10,2 - 5)}} = \sqrt{\frac{3,2 \cdot 1,8}{10,2 \cdot 5,2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{5,76}{53,4}} = \sqrt{0,11}$$

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \sqrt{0,11} = 0,33$$

$$\frac{C}{2} = \operatorname{arctg} 0,33 = 18,26^\circ$$

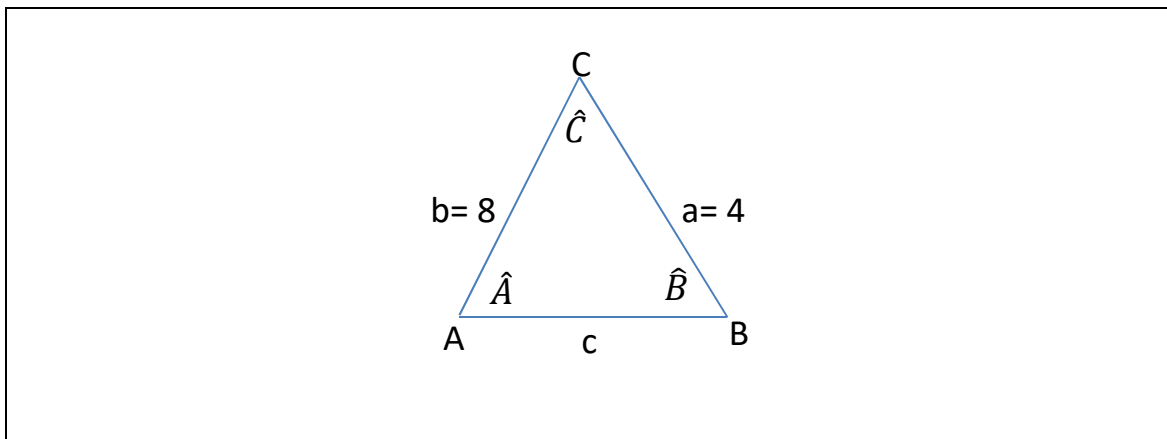
$$C = 2 \cdot 18,26 = 36,52^\circ$$

Comprobación:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 56,28^\circ + 87,06^\circ + 36,52^\circ = 179,86 \sim 180^\circ$$

Hay que tener en cuenta que solo he tomado dos decimales en cada caso, por eso esa pequeña diferencia a  $180^\circ$ .

2.- Conociendo que  $C = 31,5$  grados;  $a = 4$ ;  $b = 8$ , calcular B



Conocemos dos lados y el ángulo comprendido, aplicaremos el teorema del coseno:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \cos 31,5$$

$$c^2 = 16 + 64 - 64 \cdot 0,85$$

$$c^2 = 80 - 54,4 = 25,6$$

$$c = \sqrt{25,6} = 5,06$$

Para calcular  $\hat{B}$  aplicaremos el teorema del seno:

$$\frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} = \frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}}$$

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b \cdot \operatorname{sen} \hat{C}}{c} = \frac{8 \cdot \operatorname{sen} 31,5}{5,06} = \frac{8 \cdot 0,52}{5,06} = 0,82$$

$$\hat{B} = \operatorname{arcsen} 0,82$$

$$\hat{B} = 55,08^\circ \text{ aproximadamente}$$

3.- Conociendo  $A = 105$  grados;  $b = 11$ ;  $c = 8$ , calcular  $a$ .

En cuanto a resolución es el mismo caso del apartado anterior porque es conocido el ángulo comprendido y dos lados, por tanto aplicación del teorema del coseno,

La diferencia es que en este caso el ángulo es mayor de  $90^\circ$ , y al estar en el segundo cuadrante, el coseno es negativo.

Se puede resolver aplicándolo directamente en la fórmula del teorema del coseno, es decir:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$a^2 = 11^2 + 8^2 - 2 \cdot 11 \cdot 8 \cdot \cos 105$$

O bien como razones de ángulos suplementarios:

$$\cos 105^\circ = \cos(180^\circ - 75^\circ) = -\cos 75^\circ = -\cos(45^\circ + 30^\circ) =$$

$$-(\cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \operatorname{sen} 45^\circ \cdot \operatorname{sen} 30^\circ) = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) =$$

$$-\left(\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = -\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right) = -0,26 \text{ aproximadamente}$$

De cualquiera de las dos formas, lo importante es que al estar en el  $2^\circ$  cuadrante el coseno es negativo.

$$a^2 = 11^2 + 8^2 - 2 \cdot 11 \cdot 8 \cdot (-0,26) = 121 + 64 + 45,76$$

$$a^2 = 230,76$$

$$a = \sqrt{230,76} = 15,2 \text{ aproximadamente}$$