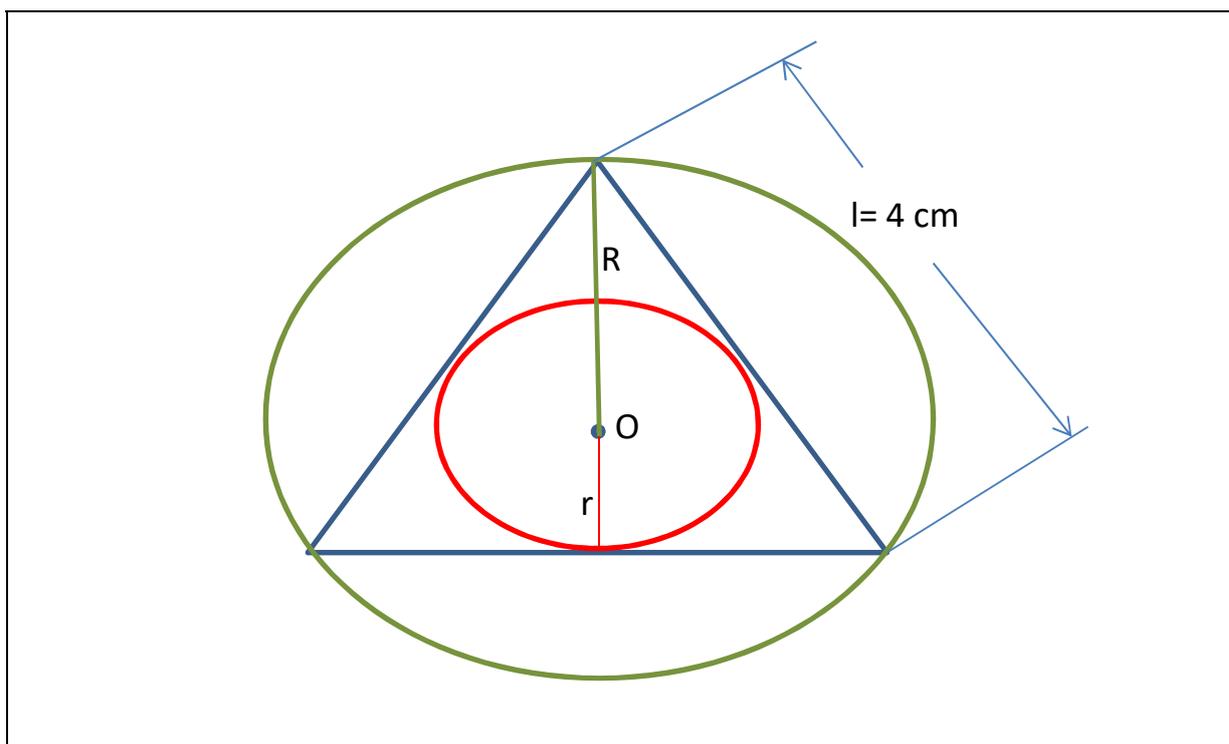


PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Problema 54:

Dibuja un triángulo equilátero de 4cm de lado y sus circunferencias inscrita y circunscrita correspondientes. ¿Podrías calcular el radio de estas circunferencias?

Solución Problema 54:

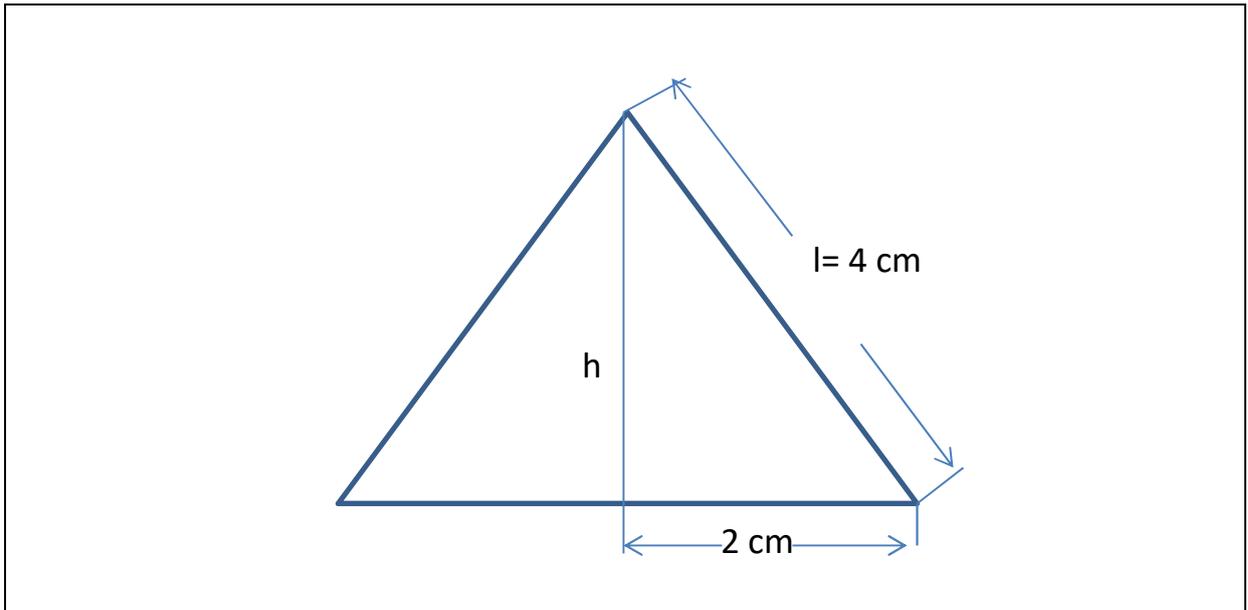


Al ser un triángulo equilátero todas las alturas son medianas y bisectrices por tanto el ortocentro, baricentro y el incentro coinciden lo que significa que por la propiedad de las medianas:

El radio de la circunferencia inscrita es $1/3$ de la altura.

El radio de la circunferencia circunscrita es $2/3$ de la altura.

Así en el triángulo equilátero podemos calcular la altura mediante el teorema de Pitágoras, siendo l el lado la hipotenusa, h la altura y $l/2$ la base del triángulo rectángulo formado.



$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

$$h^2 = 12$$

$$h = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Por tanto,

El radio de la circunferencia inscrita es $1/3$ de la altura:

$$r = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

El radio de la circunferencia circunscrita es $2/3$ de la altura.

$$R = \frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$