

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Problema 88:

Simplifica la expresión razonando la solución.

$$\left(x + \frac{1}{x} + \sqrt{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x} - \sqrt{2}\right)$$

Solución Problema 88:

Para ello, vamos a asociar los términos de la expresión de la siguiente manera:

$$\left[\left(x + \frac{1}{x}\right) + \sqrt{2}\right] \cdot \left[\left(x + \frac{1}{x}\right) - \sqrt{2}\right]$$

Aplicamos ahora la identidad notable de producto de una suma de dos números por su diferencia, que es igual a la diferencia de cuadrados:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - (\sqrt{2})^2$$

El 1er término es otra identidad notable porque es el cuadrado de un binomio, y a continuación operamos:

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - (\sqrt{2})^2 &= \left[x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 + \frac{2x}{x}\right] - 2 = \left[x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right] - 2 = \\ &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{x^4 + 1}{x^2} \end{aligned}$$

Luego:

$$\left[\left(x + \frac{1}{x}\right) + \sqrt{2}\right] \cdot \left[\left(x + \frac{1}{x}\right) - \sqrt{2}\right] = \frac{x^4 + 1}{x^2}$$