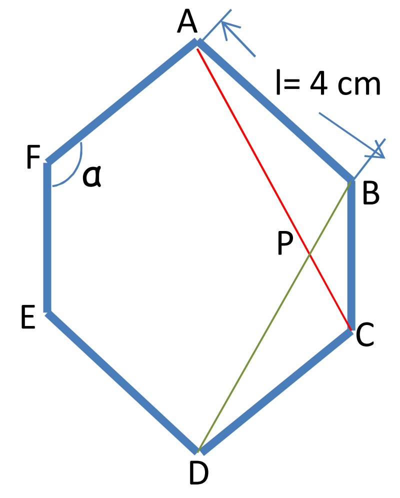
PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Problema 197:

En un hexágono regular ABCDEF, de 4 cm de lado, se trazan las diagonales AC y BD. Que se cortan en P. Calcular las medidas de los ángulos del triángulo ABP la las longitudes de los segmentos AP y PC.

Solución Problema 197:

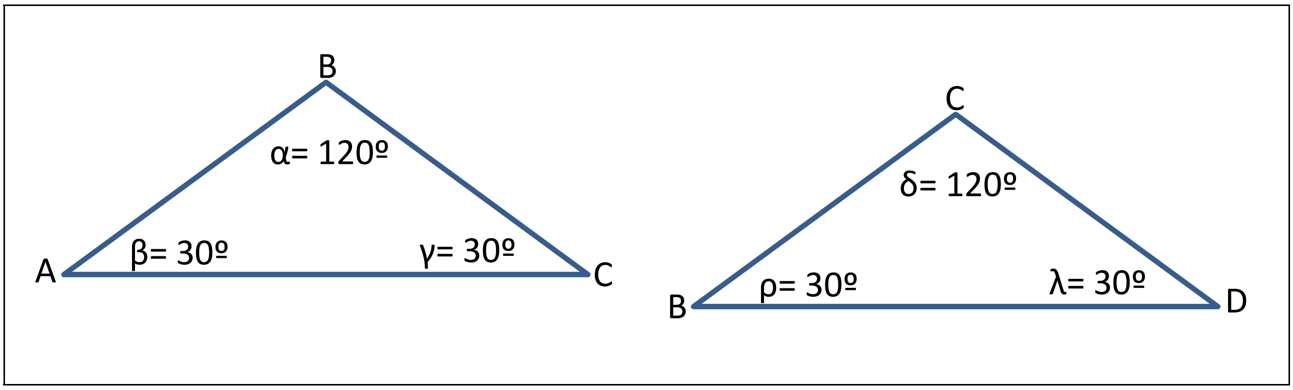


Sabemos que un polígono regular es aquel que tiene sus lados y ángulos iguales, por lo tanto el hexágono regular tiene sus 6 lados iguales y los 6 ángulos interiores iguales, calculamos cuánto mide cada uno de ellos:

$$\alpha = \frac{2n-4}{n} \cdot 90º, siendo\ n\ el\ número\ de\ lados\ del\ polígono$$

$$\alpha = \frac{2 \cdot 6 - 4}{6} \cdot 90º = 120º$$

El triángulo ABC es isósceles ya que los lados AB y BC son iguales, miden 4 cm cada uno, por tanto, β= γ, y miden: 180°-120°= 60°; luego cada uno mide 30°



El razonamiento para el triángulo BCD es el mismo que el del triángulo ABC, es decir, es isósceles ya que los lados BC y DC son iguales, miden 4 cm cada uno, por tanto, $\rho = \lambda$, y miden: 180°-120°= 60°; luego cada uno mide 30°.

Por tanto, al medir el ángulo DBC 30° y el ángulo ABC 120°, el ángulo ABP es: 120°-30°= 90°, lo que significa que el triángulo ABP es un triángulo rectángulo, en el que el lado AP es la hipotenusa, el lado del hexágono AB es un cateto y el segmento BP es el otro cateto.

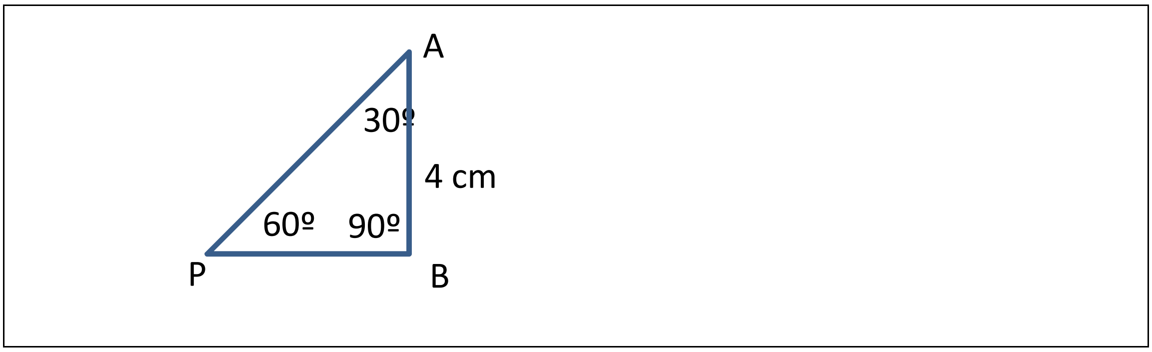
Luego las medidas de los ángulos del triángulo ABP serán:

Ángulo PAB= 30°

Ángulo ABP= 90°

Ángulo BPA= 60°

Por tanto, representamos el triángulo rectángulo ABP



Mediante el seno de 60°, hallamos el segmento AP

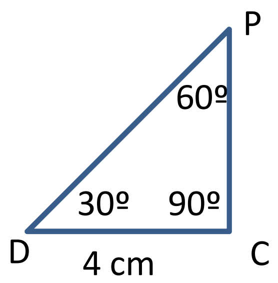
$$sen\ 60º = \frac{4}{AP}$$

$$AP = \frac{4}{sen\ 60º} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4 \cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{3}\ cm$$

Ahora calculamos el segmento PC:

Sabemos que el ángulo CDB= 30°, igualmente sabemos que el ángulo DPC= 60° por ser opuesto por el vértice del ángulo BPA, luego el ángulo PCB será: 180°-(30°+60°) = 90°, y por tanto recto, siendo el triángulo PCD rectángulo en el que el segmento PD es la hipotenusa, el segmento PC pedido un cateto, y el segmento CD, el lado del hexágono, el otro cateto.

Por tanto, representamos el triángulo rectángulo PCD



Mediante la tangente de 60° hallamos el segmento PC

$$tg\ 60º = \frac{DC}{PC}$$

$$PC = \frac{DC}{tg\ 60º} = \frac{4}{1} = \ 4\ cm$$