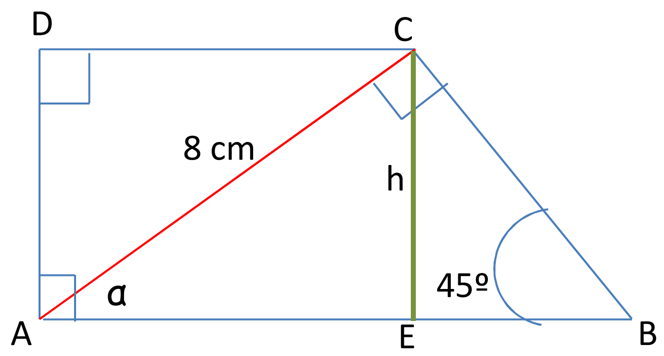
PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Problema 196:

En un trapecio rectángulo, ABCD, Â= al ángulo D= 90°; el ángulo B= 45°. La diagonal AC es perpendicular al lado CB y mide 8 cm. Calcular el área del trapecio

Solución Problema 196:



El triángulo ACB es un triángulo rectángulo de manera que podemos hallar la base mayor del trapecio AB= B:

$$sen\ 45º = \frac{8}{B}$$

$$B = \frac{8}{sen\ 45º} = \frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{8 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{8 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}\ cm$$

Hallamos la distancia BC:

$$cos\ 45º = \frac{BC}{B}$$

$$BC = B \cdot cos\ 45º = 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8$$

El triángulo ECB es un triángulo rectángulo de manera que podemos hallar la altura del trapecio CE=DE= h:

$$sen\ 45º = \frac{h}{8}$$

$$h = 8 \cdot sen\ 45º = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}\ cm$$

En el triángulo ADC, aplicando el teorema de Pitágoras, obtenemos la base menor DC=b

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$AC^2 = h^2 + b^2$$

$$b^2 = AC^2 - h^2 = 8^2 - \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 64 - 32 = 32$$

$$b = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\ cm$$

Por tanto el área del trapecio será:

$$A_T = \frac{B + b}{2} \cdot h = \frac{8\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 48\ \ cm^2$$