

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 194:

Hallar el cociente simplificado, de la expresión:

$$\frac{\operatorname{sen}^3 a - \operatorname{cos}^3 a}{\operatorname{sen} a - \operatorname{cos} a}$$

Solución Problema 194:

$$\frac{\operatorname{sen}^3 a - \operatorname{cos}^3 a}{\operatorname{sen} a - \operatorname{cos} a}$$

Hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\operatorname{sen} a = x$$

$$\operatorname{cos} a = y$$

Luego,

$$\frac{\operatorname{sen}^3 a - \operatorname{cos}^3 a}{\operatorname{sen} a - \operatorname{cos} a} = \frac{x^3 - y^3}{x - y}$$

Dividiendo queda:

$$\frac{x^3 - y^3}{x - y} = x^2 + x \cdot y + y^2$$

Deshaciendo el cambio de variable:

$$\frac{\operatorname{sen}^3 a - \operatorname{cos}^3 a}{\operatorname{sen} a - \operatorname{cos} a} = \frac{x^3 - y^3}{x - y} = x^2 + x \cdot y + y^2 = \operatorname{sen}^2 a + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} a + \operatorname{cos}^2 a = \operatorname{sen}^2 a + \operatorname{cos}^2 a + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} a =$$

$$= 1 + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} a$$

Multiplicando y dividiendo por 2, quedará:

$$= \frac{2 \cdot (1 + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} a)}{2} = \frac{2 + 2\operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} a}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2\operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} a}{2} = 1 + \frac{\operatorname{sen} 2a}{2}$$