

LOGARITMOS

Problema 78:

Resolver:

$$(x + 1)^{\log(x+1)} = 100(x + 1)$$

Solución Problema 78:

Tomamos logaritmos en ambos términos de la igualdad:

$$\log[(x + 1)^{\log(x+1)}] = \log [100(x + 1)]$$

Aplicamos la propiedad del logaritmo de una potencia al 1er término de la igualdad y logaritmo de un producto al 2º término de la igualdad:

$$\log(x + 1) \cdot \log(x + 1) = \log 100 + \log(x + 1)$$

$$\log(x + 1) \cdot \log(x + 1) = 2 + \log(x + 1)$$

$$[\log(x + 1)]^2 - \log(x + 1) - 2 = 0$$

Para mayor facilidad, hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\log(x + 1) = t$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ solución válida}$$

$$\log(x + 1) = t = 2$$

$$\log(x + 1) = 2$$

Aplicamos la definición de logaritmo: exponente al que hay que elevar la base para obtener el número.

$$10^2 = x + 1$$

$$x = 100 - 1$$

$$x = 99$$

Para

$$t_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ solución válida}$$

$$\log(x+1) = t = -1$$

$$\log(x+1) = -1$$

Aplicamos la definición de logaritmo: exponente al que hay que elevar la base para obtener el número.

$$10^{-1} = x + 1$$

$$x = \frac{1}{10} - 1 = \frac{1-10}{10} = \frac{-9}{10} \text{ solución no válida}$$