LOGARITMOS

Problema 77:

Resolver:

$$x^{\log(x)} = 100x$$

Solución Problema 77:

Tomamos logaritmos en ambos términos de la igualdad:

$$\log[x^{\log(x)}] = \log(100x)$$

Aplicamos la propiedad del logaritmo de una potencia al 1er término de la igualdad y logaritmo de un producto al 2º término de la igualdad:

$$\log x \cdot \log x = \log 100 + \log x$$

$$(\log x)^2 = 2 + \log x$$

$$(\log x)^2 - \log x - 2 = 0$$

Para mayor facilidad, hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\log x = t$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \; solución\ válida$$

$$\log x = t = 2$$

$$\log x = 2$$

Aplicamos la definición de logaritmo: exponente al que hay que elevar la base para obtener el número.

$$10^2 = x$$

$$x = 100$$

Para

$$t_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \; solución \quad válida$$

$$\log x = t = -1$$

$$\log x = -1$$

Aplicamos la definición de logaritmo: exponente al que hay que elevar la base para obtener el número.

$$10^{-1} = x$$

$$x = \frac{1}{10}$$