PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 186:

Simplificar la expresión siguiente:

$(cotg\ a - tg\ a).[tg(45º + a) - tg(45º - a)]$

Solución Problema 186:

$$(cotg\ a - tg\ a).[tg(45º + a) - tg(45º - a)] = \frac{\cos a}{sen\ a} - \frac{\text{sen}\ a}{cos\ a} \cdot \left[\frac{tg\ 45º + tg\ a}{1 - tg\ 45º \cdot tg\ a} - \frac{tg\ 45º - tg\ a}{1 + tg\ 45º \cdot tg\ a}\right] =$$

$$= \frac{cos^2 a - sen^2 a}{sen\ a \cdot cos\ a} \cdot \left[\frac{1 + tg\ a}{1 - tg\ a} - \frac{1 - tg\ a}{1 + tg\ a}\right] = \frac{cos^2 a - sen^2 a}{sen\ a \cdot cos\ a} \cdot \left[\frac{(1 + tg\ a)^2 - (1 - tg\ a)^2}{1 - tg^2 a}\right] =$$

$$= \frac{cos^2 a - sen^2 a}{sen\ a \cdot cos\ a} \cdot \left[\frac{1 + tg^2 a + 2tg\ a - (1 + tg^2 a - 2tg\ a)}{1 - tg^2 a}\right] =$$

$$= \frac{cos^2 a - sen^2 a}{sen\ a \cdot cos\ a} \cdot \left[\frac{1 + tg^2 a + 2tg\ a - 1 - tg^2 a + 2tg\ a)}{1 - tg^2 a}\right] = \frac{cos^2 a - sen^2 a}{sen\ a \cdot cos\ a} \cdot \left[\frac{4tg\ a}{1 - tg^2 a}\right] =$$

$$= \frac{2 \cdot (cos^2 a - sen^2 a)}{2 \cdot sen\ a \cdot cos\ a} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot tg\ a}{1 - tg^2 a} = \frac{2 \cos 2a}{sen\ 2a} \cdot 2 \cdot tg2a = \frac{2 \cdot \cos 2a}{sen\ 2a} \cdot 2 \cdot \frac{sen\ 2a}{\cos 2a} = 2 \cdot 2 = 4$$