LOGARITMOS

Problema 74:

Resolver:

$\log(\log x) + \log[(\log x^3) - 2] = 0$

Solución Problema 74:

Aplicamos la propiedad del logaritmo de un producto en el 1er término de la igualdad:

$\log\{(\log x) \cdot [(\log x^3) - 2]\} = 0$

$\log\{(\log x) \cdot [(\log x^3) - 2]\} = log 1$

Simplificando por logaritmo en los dos términos:

$(\log x) \cdot [(\log x^3) - 2] = 1$

Aplicamos la propiedad del logaritmo de una potencia en el 1er término de la igualdad:

$(\log x) \cdot [3\log x - 2] = 1$

$3(\log x)^2 - 2\log x - 1 = 0$

Para mayor facilidad, hacemos el siguiente cambio de variable:

$\log x = t$

$3t^2 - 2t - 1 = 0$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6}$$

$$t_1 = \frac{2 + 4}{6} = \frac{6}{6} = 1 \; solución \; válida$$

Luego,

$\log x = t$

$\log x = 1$

Aplicamos la definición de logaritmo: exponente al que hay que elevar la base para obtener el número.

$10^1 = x$

$x = 10$

Para:

$$t_2 = \frac{2-4}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} \; solución \; válida$$

Luego,

$\log x = t$

$$\log x = \frac{-1}{3}$$

Aplicamos la definición de logaritmo: exponente al que hay que elevar la base para obtener el número.

$10^{-1/3} = x$

$$x = \frac{1}{10^{1/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$$