# LOGARITMOS

## Problema 72:

Resolver:

$\log_{\sqrt{2}} x + 3\log_x 4 = 8$

## Solución Problema 72:

Hacemos el cambio de base de logaritmo para expresarlos en base 10:

$$\frac{\log x}{\log \sqrt{2}} + 3 \cdot \frac{\log 4}{\log x} = 8$$

$$\frac{\log x}{\frac{1}{2}\log 2} + \frac{3\log 2^2}{\log x} = 8$$

$$\frac{2\log x}{\log 2} + \frac{3 \cdot 2\log 2}{\log x} = 8$$

$$\frac{2\log x}{\log 2} + \frac{6\log 2}{\log x} = 8$$

$$2(\log x)^2 + 6(\log 2)^2 = 8\log x \log 2$$

$$2(\log x)^2 - 8\log x \log 2 + 6(\log 2)^2 = 0$$

Para mayor facilidad, hacemos el siguiente cambio de variable:

$\log x = t$

$\log 2 = a$

Así,

$2t^2 - 8ta + 6a^2 = 0$

Simplificamos por dos:

$t^2 - 4ta + 3a^2 = 0$

$$t = \frac{4\mathrm{a} \pm \sqrt{16a^2 - 12a^2}}{2} = \frac{4\mathrm{a} \pm \sqrt{4a^2}}{2} = \frac{4\mathrm{a} \pm 2\mathrm{a}}{2}$$

$$t_1 = \frac{4\mathrm{a} + 2\mathrm{a}}{2} = \frac{6\mathrm{a}}{2} = 3a \; solución \; válida$$

Luego,

$$\log x = t = 3a = 3 \log 2$$

$$\log x = 3 \log 2$$

Aplicamos la propiedad del logaritmo de una potencia en la expresión:

$$\log x = \log 2^3$$

$$x = 2^3 = 8$$

$$t_2 = \frac{4\mathrm{a} - 2\mathrm{a}}{2} = \frac{2\mathrm{a}}{2} = a \; solución \; válida$$

Luego,

$$\log x = t = a = \log 2$$

$$\log x = \log 2$$

Aplicamos la propiedad del logaritmo de una potencia en la expresión:

$$x = 2$$