PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 150:

Simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{tg\ a + \text{tg b}}{1 - \cos(a+b)} \cdot \frac{1}{\sec a \cdot cosec\ b} \cdot tg\frac{1}{2}\ (a+b)$$

Solución Problema 150:

$$\frac{tg\ a + \text{tg b}}{1 - \cos(a+b)} \cdot \frac{1}{\sec a \cdot cosec\ b} \cdot tg\frac{1}{2}\ (a+b)$$

$$\frac{(tg\ a + \text{tg b}) \cdot \cos a \cdot sen\ b}{1 - \cos(a+b)} \cdot tg\frac{(a+b)}{2} =$$

$$\frac{(tg\ a + \text{tg b}) \cdot \cos a \cdot sen\ b}{1 - \cos(a+b)} \cdot \frac{sen\frac{(a+b)}{2}}{cos\frac{(a+b)}{2}} =$$

Sabemos que:

$$1 - \cos x = 2sen^2\frac{x}{2}$$

Luego:

$$1 - \cos(a+b) = 2sen^2\frac{(a+b)}{2}$$

Sustituyendo:

$$\frac{(tg\ a + \text{tg b}) \cdot \cos a \cdot sen\ b}{2sen^2\frac{(a+b)}{2}} \cdot \frac{sen\frac{(a+b)}{2}}{cos\frac{(a+b)}{2}} =$$

$$\frac{\left(\frac{sen\ a}{cos\ a} + \frac{sen\ b}{cos\ b}\right) \cdot \cos a \cdot sen\ b}{2sen^2\frac{(a+b)}{2}} \cdot \frac{sen\frac{(a+b)}{2}}{cos\frac{(a+b)}{2}}$$

$$\frac{\left(\frac{sen\ a \cdot \cos b + sen\ b \cdot \cos a}{cos\ a \cdot \cos b}\right) \cdot \cos a \cdot sen\ b}{2sen\frac{(a+b)}{2} \cdot cos\frac{(a+b)}{2}} =$$

Sabemos que:

$2sen\,\mathrm{x}\cdot\cos x = \ sen\,2x$

Luego:

$$2sen\frac{(a+b)}{2}\cdot cos\frac{(a+b)}{2} = sen\,(a+b)$$

Sustituyendo:

$$\frac{\left(\dfrac{sen\,a\cdot\cos b + sen\,b\cdot\cos a}{cos\,a\cdot\cos b}\right)\cdot\cos a\cdot sen\,b}{sen\,(a+b)} =$$

$$\frac{\dfrac{sen\,(a+b)}{cos\,a\cdot\cos b}\cdot\cos a\cdot sen\,b}{sen\,(a+b)} = \frac{sen\,(a+b)\cdot\cos a\cdot sen\,b}{sen\,(a+b)\cdot cos\,a\cdot\cos b} = \frac{sen\,b}{\cos b} = tg\,b$$