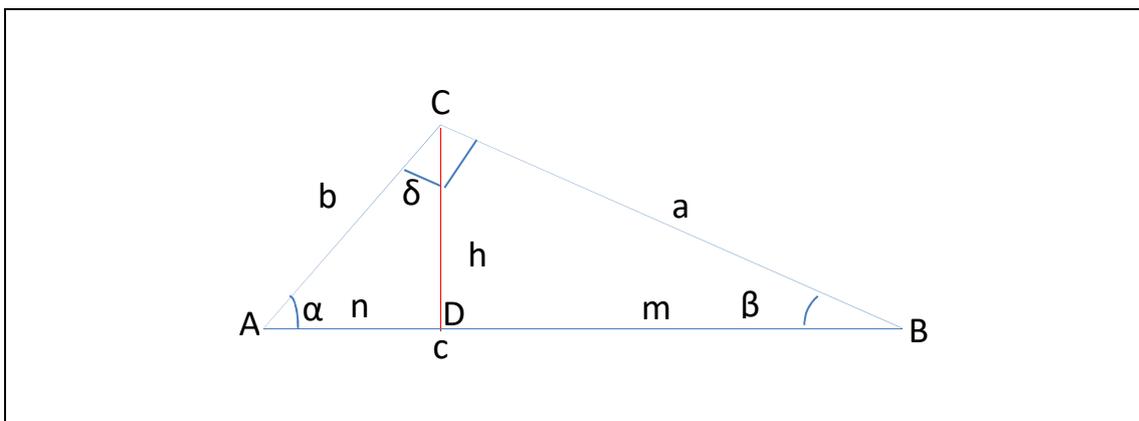


PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Problema 36-RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO:

Las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo son 5 cm y 12 cm. Hallar la longitud de la altura y los segmentos en que ésta divide a la hipotenusa.

Solución Problema 36:



Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo ABC, hallamos la hipotenusa: c

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 12^2 + 5^2$$

$$c^2 = 144 + 25$$

$$c^2 = 169$$

$$c = \sqrt{169} = 13 \text{ cm es la hipotenusa}$$

Aplicando el teorema del cateto en los triángulos ABC y ADC (son semejantes porque son rectángulos y tienen común el ángulo α)

Cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.

$$\frac{c}{b} = \frac{b}{n}$$

$$n = \frac{b^2}{c} \text{ ecuación 1}$$

Aplicando el teorema del cateto en los triángulos ABC y DBC (son semejantes porque son rectángulos y tienen común el ángulo β)

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{m}$$

$$m = \frac{a^2}{c} \text{ ecuación 2}$$

Aplicando el teorema de la altura en los triángulos ADC y BDC (son semejantes porque son rectángulos y tienen iguales el ángulo β y δ):

La altura trazada desde el vértice del ángulo recto es media proporcional entre los segmentos en que su pie divide a la hipotenusa.

$$\frac{n}{h} = \frac{h}{m}$$

$$h^2 = n \cdot m$$

$$h = \sqrt{n \cdot m}$$

Sustituyendo los valores de m y n de las ecuaciones 1 y 2:

$$h = \sqrt{\frac{b^2}{c} \cdot \frac{a^2}{c}} = \sqrt{\frac{b^2 \cdot a^2}{c^2}} = \frac{b \cdot a}{c}$$

$$h = \frac{b \cdot a}{c} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13} = 4,615 \text{ cm aproximadamente}$$