

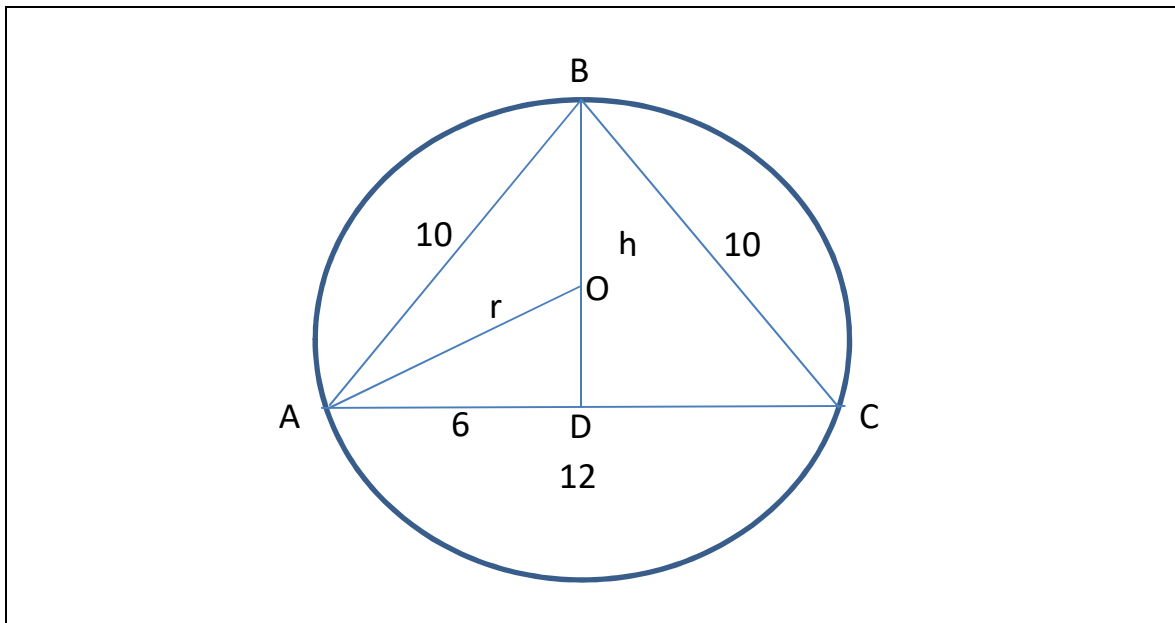
## PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

### Problema 32-RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO:

Los lados de un triángulo son 10, 10 y 12 cm. Hallar el radio de las circunferencias circunscrita e inscrita.

#### Solución Problema 32:

Circunferencia circunscrita:



En el triángulo rectángulo ADB:

Aplicando el teorema de Pitágoras

AD= cateto 1= 6 cm

DB= cateto 2= h

BA= hipotenusa= 10 cm

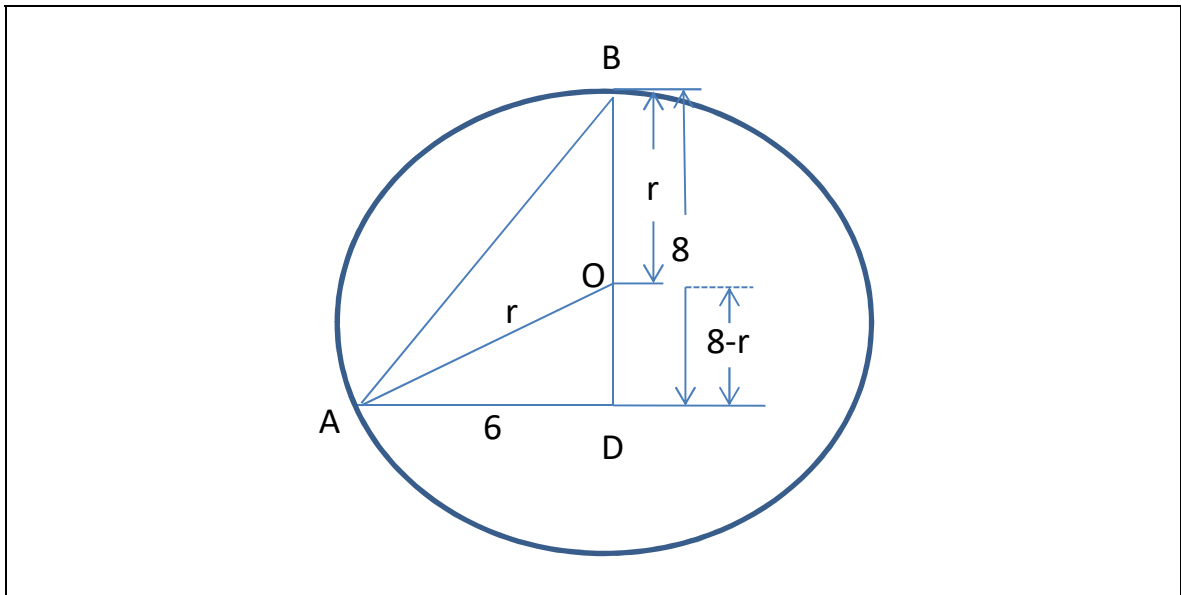
Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$BA^2 = AD^2 + DB^2$$

$$DB^2 = BA^2 - AD^2$$

$$h^2 = 10^2 - 6^2$$

$$h = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$



En el triángulo rectángulo ADO:

OA= hipotenusa= r

AD= cateto 1= 6 cm

DO= cateto 2= 8-r

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$OA^2 = AD^2 + OD^2$$

$$r^2 = 6^2 + (8 - r)^2$$

$$r^2 = 36 + 64 + r^2 - 16r$$

$$16r = 100$$

$$r = \frac{100}{16} = 6,25 \text{ cm mide el radio de la circunferencia circunscrita}$$

**Circunferencia inscrita:**



$$(r + x)^2 = z^2 + r^2 \text{ ecuación 2}$$

En el triángulo rectángulo ODE:

$$OE = \text{hipotenusa} = r + x$$

$$OD = \text{cateto 1} = r$$

$$DE = \text{cateto 2} = 6$$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$OE^2 = EC^2 + CO^2$$

$$(r + x)^2 = r^2 + 6^2 \text{ ecuación 3}$$

De donde igualamos las ecuaciones 2 y 3:

$$(r + x)^2 = z^2 + r^2 \text{ ecuación 2}$$

$$(r + x)^2 = r^2 + 6^2 \text{ ecuación 3}$$

$$z^2 + r^2 = r^2 + 6^2$$

$$z^2 = 6^2$$

$$z = 6$$

Sustituimos el valor de z en la ecuación 1:

$$(8 - r)^2 = r^2 + (10 - z)^2 \text{ ecuación 1}$$

$$(8 - r)^2 = r^2 + (10 - 6)^2$$

$$(8 - r)^2 = r^2 + 4^2$$

$$64 + r^2 - 16r = r^2 + 16$$

$$-16r = 16 - 64$$

$$-16r = -48$$

$$r = \frac{48}{16} = 3 \text{ cm mide el radio de la circunferencia inscrita}$$

