PROBLEMAS DE PLANTEO DE ECUACIONES-ECUACIONES DE 2° GRADO

Problema 1:

¿Cuál es el número cuyo cuadrado más su triplo es igual a 18?

Sea x el número pedido.

$$x^2 + 3x = 18$$

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-3 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 9}{2} = \frac{6}{2} = 3 \ \ solución\ válida$$

$$x_2 = \frac{-3 - 9}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \ \ solución\ válida$$

Problema 2:

Hallar un número sabiendo que si se suma con su cuadrado da 56.

Sea x el número pedido.

$$x^2 + x = 56$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 224}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 15}{2} = \frac{14}{2} = 7 \ solución\ válida$$

$$x_2 = \frac{-1 - 15}{2} = \frac{-16}{2} = -8 \ solución\ válida$$

Problema 3:

¿Cuál es el número tal que la mitad de su cuadrado es igual al triplo del mismo menos 4?

Sea x el número pedido.

$$\frac{x^2}{2} = 3x - 4$$

$$x^2 = 6x - 8$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{6 + 2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \ \ solución\ válida$$

$$x_2 = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \ \ solución\ válida$$

Problema 4:

Hallar un número que, si se disminuye en su décima parte, resulta el cuadrado de dicha décima parte.

Sea x el número pedido.

$$\mathrm{x} - \frac{\mathrm{x}}{10} = (\frac{\mathrm{x}}{10})^2$$

$$\frac{10\mathrm{x} - \mathrm{x}}{10} = \frac{x^2}{100}$$

$$9\mathrm{x} = \frac{x^2}{10}$$

$$90\mathrm{x} = x^2$$

$$x^2 - 90\mathrm{x} = 0$$

$$\mathrm{x}(\mathrm{x} - 90) = 0$$

Para ello,

$\mathrm{x} = 0$ solución no válida

$\mathrm{x} - 90 = 0$

$\mathrm{x} = 90 \; solución \; válida$

<u>Problema 5:</u>

Hallar dos números consecutivos cuyos cuadrados tengan por suma 85.

Sea x el 1er número

Su consecutivo será: x+1

Luego,

$$x^2 + (x+1)^2 = 85$$

$$x^2 + x^2 + 1 + 2x = 85$$

$$2x^2 + 1 + 2x - 85 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+168}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-1 \pm 13}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+13}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{-1-13}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

Sea x el 1er número: x= 6

Su consecutivo será: x+1= 6+1=7

O

Sea x el 1er número: x= -7

Su consecutivo será: x+1= -7+1=-6

Problema 6:

Hallar un número cuyo cuadrado, disminuido en 7, sea igual al triplo del número buscado, aumentado en 11.

Sea x el número pedido

Luego,

$x^2 - 7 = 3x + 11$

$x^2 + 7 - 3x - 11 = 0$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4 \; solución \; válida$$

$$x_2 = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \; solución \; válida$$

Problema 7:

¿Cuál es el número natural que, sumado con su cuadrado, da 12?

Sea x el número pedido

Luego,

$x^2 + x = 12$

$x^2 + x - 12 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3 \; solución \; válida$$

$$x_2 = \frac{-1-7}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \; solución \; no \; válida. \nexists \; N$$

Problema 8:

Hallar tres números consecutivos naturales cuya suma de cuadrados sea 149.

1er número: x

Siguiente consecutivo: x+1

Siguiente del Siguiente consecutivo: (x+1)+1= x+2

Luego,

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 149$$

$$x^2 + (x^2 + 1 + 2x) + (x^2 + 4 + 4x) = 149$$

$$x^2 + x^2 + 1 + 2x + x^2 + 4 + 4x = 149$$

$$3x^2 + 6x + 5 = 149$$

$$3x^2 + 6x + 5 - 149 = 0$$

$$3x^2 + 6x - 144 = 0$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+192}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+14}{2} = \frac{12}{2} = 6 \; solución \; válida$$

$$x_2 = \frac{-2-14}{2} = \frac{-16}{2} = -8 \; solución \; no \; válida. \nexists \; N$$

1er número: x= 6

Siguiente consecutivo: x+1= 6+1= 7

Siguiente del Siguiente consecutivo: (x+1)+1= x+2= 6+2= 8

Problema 9:

Calcular las longitudes de los lados de un rectángulo que tiene 22 m de perímetro y 30 m^2 de área.

Sea x el largo del rectángulo

Sea y el ancho del rectángulo

Perímetro= 22m

$$2x + 2y = 22$$

$$x + y = 11$$

$$x = 11 - y \quad ecuación\ 1$$

Área:

$$x \cdot y = 30\ ecuación\ 2$$

Sustituimos el valor de x de la ecuación 1 en la 2:

$$(11 - y) \cdot y = 30$$

$$11y - y^2 = 30$$

$$y^2 - 11y + 30 = 0$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 120}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{11 \pm 1}{2}$$

$$y_1 = \frac{11 + 1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$y_2 = \frac{11 - 1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Para y= 6 m de ancho:

$$x = 11 - y \quad ecuación\ 1$$

$$x = 11 - 6 = 5\ m\ de\ largo$$

Para y= 5 m de ancho:

$\mathrm{x} = 11 - y \quad ecuación\ 1$

$\mathrm{x} = 11 - 5 = 6\ m\ de\ largo$

<u>Problema 10:</u>

Hallar un número tal que su cuadrado tenga 132 unidades más que él.

Sea x al número pedido.

$x^2 = x + 132$

$x^2 - x - 132 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 528}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{529}}{2} = \frac{1 \pm 23}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 23}{2} = \frac{24}{2} = 12\ \ solución\ válida$$

$$x_2 = \frac{1 - 23}{2} = \frac{-22}{2} = -11\ solución\ válid$$

<u>Problema 11:</u>

Calcular la arista de un cubo sabiendo que si dicha arista aumentara en 2 dm, el volumen del cubo aumentaría en 218 dm^3.

Sea a la arista del cubo inicial.

Sea v el volumen de cubo inicial.

$V = a^3$

La arista del nuevo cubo será: a+2

El volumen del nuevo cubo será:

$V + 218 = (a + 2)^3$

Luego,

$a^3 + 218 = (a + 2)^3$

$a^3 + 218 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$

$a^3 - a^3 + 6a^2 + 12a + 8 - 218 = 0$

$6a^2 + 12a + 210 = 0$

$a^2 + 2a + 35 = 0$

$$a = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{2 \pm 12}{2}$$

$$a_1 = \frac{2 + 12}{2} = \frac{14}{2} = 7\ dm\ solución\ válida$$

$$a_2 = \frac{2 - 12}{2} = \frac{-10}{2} = -5\ solución\ no\ válida$$

<u>Problema 12:</u>

Calcular las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo cuyo perímetro es 12 cm, siendo 5 cm su hipotenusa.

Sea x un cateto

Sea y el otro cateto

Sea h la hipotenusa: h= 5

Perímetro= 12 cm

$\mathrm{x + y + h = 12}$

$\mathrm{x + y + 5 = 12}$

$\mathrm{x} = 12 - 5 - y$

$\mathrm{x} = 7 - y \quad ecuación\ 1$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$h^2 = x^2 + y^2$

$5^2 = x^2 + y^2$

$25 = x^2 + y^2 \quad ecuación\ 2$

Sustituyendo el valor de x de la ecuación 1 en la 2:

$25 = (7 - y)^2 + y^2$

$y^2 + 49 - 14y + y^2 = 25$

$2y^2 - 14y + 49 - 25 = 0$

$2y^2 - 14y + 24 = 0$

$y^2 - 7y + 12 = 0$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$y_1 = \frac{7 + 1}{2} = \frac{8}{2} = 4\ cm$$

$$y_2 = \frac{7 - 1}{2} = \frac{6}{2} = 3cm$$

Para y= 4 cm:

$\mathrm{x} = 7 - y \quad ecuación\ 1$

$\mathrm{x} = 7 - 4 = 3\ cm$

Para y= 3 cm:

$\mathrm{x} = 7 - 3 \quad ecuación\ 1$

$\mathrm{x} = 7 - 3 = 4\ cm$

<u>Problema 13:</u>

Un rectángulo tiene sus lados iguales a 3 cm y 7 cm. ¿Cuánto se debe aumentar el lado menor para que disminuyendo el otro en la misma longitud, el rectángulo resultante mida 25 cm^2 de superficie?

Sea x la cantidad que hay que aumentar al lado menor, y disminuirá al lado menor:

Lado menor: 3+x

Lado mayor: 7-x

Rectángulo inicial:

$S_1 = 3 \cdot 7 = 21$

Rectángulo inicial:

$S_2 = (3 + x) \cdot (7 - x)$

$25 = (3 + x) \cdot (7 - x)$

$25 = 21 + 7x - 3x - x^2$

$25 = 21 + 4x - x^2$

$x^2 - 4x - 21 + 25 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{4}{2} = 2$$

Lado menor: 3+x= 3+2= 5 cm

Lado mayor: 7-x= 7-2= 5 cm

Problema 14:

Restando del cuadrado de la edad de una persona el producto de esta misma edad por 15, se halla 16 de diferencia. Calcular esta edad.

Sea x la edad de la persona.

$x^2 - 15x = 16$

$x^2 - 15x - 16 = 0$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 64}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{15 \pm 17}{2}$$

$$x_1 = \frac{15 + 17}{2} = \frac{32}{2} = 16 \; años$$

$$x_2 = \frac{15 - 17}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \; solución \; no \; válida.$$

<u>Problema 15:</u>

¿Cuál es el número que sumado con su raíz cuadrada da 30?

Sea x el número pedido.

$\mathrm{x} + \sqrt{x} = 30$

Hacemos el siguiente cambio de variable:

$\sqrt{x} = t$

$\mathrm{x} = t^2$

Luego:

$t^2 + t = 30$

$t^2 + t - 30 = 0$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-1 \pm 11}{2}$$

$$t_1 = \frac{-1 + 11}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$t_2 = \frac{-1 - 11}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

Deshaciendo el cambio de variable:

Para t=5

$x = t^2$

$x = 5^2$

$x = 25$ solución válida

Para t=-6

$x = t^2$

$x = (-6)^2$

$x = 36$ solución no válida

Problema 16:

Sabiendo que el área de un triángulo es 300 m^2 y que la altura tiene 10 metros más que la base, calcular las dos dimensiones.

Sea b la base del triángulo

Sea h la altura del triángulo.

Sea A el área del triángulo.

Sabemos que:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

La altura tiene 10 metros más que la base, luego: h=b+10

$$300 = \frac{b \cdot (b + 10)}{2}$$

$$600 = b \cdot (b + 10)$$

$$600 = b^2 + 10b$$

$$b^2 + 10b - 600 = 0$$

$$b = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 2400}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{2500}}{2} = \frac{-10 \pm 50}{2}$$

$$b_1 = \frac{-10+50}{2} = \frac{40}{2} = 20\ \ m$$

$$b_2 = \frac{-10-50}{2} = \frac{-60}{2} = -30\ solución\ no\ válida$$

Luego, las medidas son:

Base: b= 20 metros

Altura: h= b+10= 20+10= 30

Problema 17:

Un segmento mide 21 cm más que otro. Sabiendo que su media proporcional es 14, hallar la longitud de dichos segmentos.

Sea x la longitud del segmento mayor

La longitud del segmento menor será: x-21

Luego,

$$\frac{\mathrm{x}}{14} = \frac{14}{\mathrm{x}-21}$$

$$\mathrm{x} \cdot (\mathrm{x}-21) = 14 \cdot 14$$

$$x^2 - 21x = 196$$

$$x^2 - 21x - 196 = 0$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441+784}}{2} = \frac{21 \pm \sqrt{1225}}{2} = \frac{21 \pm 35}{2}$$

$$x_1 = \frac{21+35}{2} = \frac{56}{2} = 28\ \ cm$$

$$x_2 = \frac{21-35}{2} = \frac{-14}{2} = -7\ \ solución\ no\ válida$$

Problema 18:

Un campo rectangular tiene 24 áreas de superficie y 20 metros de longitud más que de anchura. Calcular sus dimensiones.

Sea x la anchura

La longitud será: x+20

1 área es igual a 100 m^2

Sabemos que:

$$A = a \cdot l$$

Luego:

$$2400 = x \cdot (x + 20)$$

$$24 = x^2 + 20x$$

$$x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 9600}}{2} = \frac{-20 \pm \sqrt{10000}}{2} = \frac{-20 \pm 100}{2}$$

$$x_1 = \frac{-20 + 100}{2} = \frac{80}{2} = 40 \ \ m$$

$$x_2 = \frac{-20 - 100}{2} = \frac{-120}{2} = -60 \ \ solución\ no\ válida$$

Las dimensiones serán:

Anchura: x= 40 m

Longitud será: x+20= 40+20= 60 m

Problema 19:

Aumentando 4 metros un lado de un cuadrado, y el otro en 6 metros, se duplica el área del mismo. Hallar el lado del mismo.

Lado del cuadrado inicial: l

Área del cuadrado inicial: A= l^2

Aumentamos en 4 metros el lado: l+4

Aumentamos en 6 metros el otro lado: l+6

Luego, la nueva área será:

$$A = (l + 4) \cdot (l + 6)$$

$$2l^2 = (l + 4) \cdot (l + 6)$$

$$2l^2 = l^2 + 4l + 6l + 24$$

$$2l^2 = l^2 + 10l + 24$$

$$2l^2 - l^2 - 10l - 24 = 0$$

$$l^2 - 10l - 24 = 0$$

$$l = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 96}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{10 \pm 14}{2}$$

$$l_1 = \frac{10 + 14}{2} = \frac{24}{2} = 12 \ m$$

$$l_2 = \frac{10 - 14}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \ solución\ no\ válida$$

El lado del cuadrado inicial mide: l= 12 m

Problema 20:

¿Por qué número debe dividirse 96 para que el cociente exceda en 4 unidades al divisor?

Sea x el divisor pedido.

El cociente será: x+4

Luego,

$$\frac{96}{x} = x + 4$$

$96 = x \cdot (\mathrm{x} + 4)$

$96 = x^2 + 4x$

$x^2 + 4x - 96 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 384}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-4 \pm 20}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 20}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{-4 - 20}{2} = \frac{-24}{2} = -12$$

Los números son 8 y -12

Problema 21:

¿Cuál es el número natural cuyos tres cuartos, aumentados en una unidad, multiplicados por sus cuatro quintos disminuidos en 15, dan 16 por producto?

Sea x el número natural pedido.

$$\left(\frac{3\mathrm{x}}{4} + 1\right) \cdot \left(\frac{4\mathrm{x}}{5} - 15\right) = 16$$

$$\left(\frac{3\mathrm{x} + 4}{4}\right) \cdot \left(\frac{4\mathrm{x} - 75}{5}\right) = 16$$

$$\frac{(3\mathrm{x} + 4) \cdot (4\mathrm{x} - 75)}{20} = 16$$

$(3\mathrm{x} + 4) \cdot (4\mathrm{x} - 75) = 16 \cdot 20$

$(3\mathrm{x} + 4) \cdot (4\mathrm{x} - 75) = 320$

$12x^2 + 16x - 225x - 300 - 320 = 0$

$12x^2 - 209x - 620 = 0$

$$x = \frac{209 \pm \sqrt{43681 + 29760}}{24} = \frac{209 \pm \sqrt{73441}}{24} = \frac{209 \pm 271}{24}$$

$$x_1 = \frac{209 + 271}{24} = \frac{480}{24} = 20$$

$$x_2 = \frac{209 - 271}{24} = \frac{-62}{24} solución\ no\ válida$$

El número natural pedido es: x= 20

Problema 22:

Hallar dos números impares consecutivos tales que la diferencia de sus cuadrados sea 32.

1er número impar: 2x+1

Su consecutivo impar: 2x+3

Luego,

$$(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2 = 32$$

$$4x^2 + 9 + 12x - (4x^2 + 1 + 4x) = 32$$

$$4x^2 + 9 + 12x - 4x^2 - 1 - 4x = 32$$

$$8x + 8 = 32$$

$$8x = 32 - 8$$

$$8x = 24$$

$$x = \frac{24}{8} = 3$$

Los números serán:

1er número impar: 2x+1=2·3+1=7

Su consecutivo impar: 2x+3=2·3+3=9

Problema 23:

Dos fuentes llenan un depósito en 6 horas. Hallar el tiempo que sería necesario para que cada una, separadamente, lo llenase sabiendo que la primera emplea 5 horas más que la segunda.

Sea t el tiempo en horas que la fuente A tarda en llenar el depósito.

Sea t+5 el tiempo en horas que la fuente B tarda en llenar el depósito

Fuente A:

Si en t horas llena la capacidad total del depósito (ct)

En 1 hora llenará x de la capacidad total del depósito (ct)

Luego:

$$x = \frac{1}{\mathrm{t}} de\ la\ ct\ del\ depósito$$

Fuente B:

Si en t+5 horas llena la capacidad total del depósito (ct)

En 1 hora llenará y de la capacidad total del depósito (ct)

Luego:

$$x = \frac{1}{\mathrm{t} + 5} de\ la\ ct\ del\ depósito$$

Fuente A y Fuente B juntas:

Si en 6 horas llenan la capacidad total del depósito (ct)

En 1 hora llenará z de la capacidad total del depósito (ct)

Luego:

$$z = \frac{1}{6} de\ la\ ct\ del\ depósito$$

Luego juntas en 1 hora llenan:

x+y= z

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{t+5}=\frac{1}{6}$$

$$\mathrm{MDC}=6\cdot t\cdot(t+5)$$

$$6(t+5)+6t=t(t+5)$$

$$6t+30+6t=t^2+5t$$

$$12t+30=t^2+5t$$

$$t^2+5t-12t-30=0$$

$$t^2-7t-30=0$$

$$t=\frac{7\pm\sqrt{49+120}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{169}}{2}=\frac{7\pm13}{2}$$

$$t_1=\frac{7+13}{2}=\frac{20}{2}=10$$

$$t_2=\frac{7-13}{2}=\frac{-6}{2}=-3\ \textit{solución no válida}$$

Luego,

La fuente A tarda: 10 horas

La fuente B tarda: t+5= 10+5= 15 horas

Problema 24:

Uno de los ángulos de un triángulo es de 70°. Hallar los otros dos ángulos sabiendo que el número de grados de uno es el cuadrado del número de grados del otro.

Sea x° el valor del 2° ángulo.

El 3er ángulo medirá: $(x^2)°$

Luego,

$x^2 + \mathrm{x} + 70 = 180$

$x^2 + \mathrm{x} + 70 - 180 = 0$

$x^2 + \mathrm{x} - 110 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+440}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-1 \pm 21}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+21}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-1-21}{2} = \frac{-22}{2} = -11 \; solución\ no\ válida$$

Luego los valores de los ángulos serán:

1er ángulo: 70º

2º ángulo: x= 10º

3er ángulo: x^2= 10^2= 100º

Problema 25:

Un cuadrado tiene 33 m^2 más que otro, y éste tiene un metro menos de lado. Calcular los lados de dichos cuadrados.

Cuadrado A:

Área: A_1

Lado: l-1

Cuadrado B:

Área: A_2= A_1+33

Lado: l

Luego:

$A_2 - A_1 = 33$

$l^2 - (l-1)^2 = 33$

$l^2 - (l^2 + 1 - 2\mathrm{l}) = 33$

$l^2 - l^2 - 1 + 2\mathrm{l} = 33$

$2\mathrm{l} = 33 + 1$

$2\mathrm{l} = 34$

$l = \frac{34}{2} = 17$

El lado del cuadrado A mide: l-1= 17-1= 16 m

El lado del cuadrado B mide: l= 17 m

<u>Problema 26:</u>

Compro libros por valor de 60€, si me dieran tres libros más me saldrían a 1€ menos cada uno. ¿Cuántos libros he comprado?

Sea x el número de libros que compro.

Sea p el precio de cada libro.

$\mathrm{x} \cdot \mathrm{p} = 60$

$p = \frac{60}{\mathrm{x}} \ \ ecuación\ \ 1$

$(\mathrm{x}+3) \cdot (\mathrm{p}-1) = 60 \ \ \text{ecuación 2}$

Sustituyendo el valor de p de la ecuación 1 en la 2:

$(\mathrm{x}+3) \cdot (\frac{60}{\mathrm{x}} - 1) = 60$

$(\mathrm{x}+3) \cdot (\frac{60-\mathrm{x}}{\mathrm{x}}) = 60$

$\frac{(\mathrm{x}+3) \cdot (60-\mathrm{x})}{\mathrm{x}} = 60$

$(x + 3) \cdot (60 - x) = 60x$

$60x + 180 - x^2 - 3x = 60x$

$180 - x^2 - 3x = 0$

$x^2 + 3x - 180 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 720}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{-3 \pm 27}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 27}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{-3 - 27}{2} = \frac{-30}{2} = -15 \; solución \; no \; válida$$

Los libros comprados son: 12

Problema 27:

Se han repartido 720€ entre varias personas. Si hubiera habido 4 personas más tocarían a cada una 2 €. ¿Cuántas personas había?

Sea x el número de personas que había.

Sea c la cantidad que se reparte a cada uno.

$x \cdot c = 720$

$$c = \frac{720}{x} \;\; ecuación \;\; 1$$

$(x + 4) \cdot (c + 2) = 720 \;\; \text{ecuación 2}$

Sustituyendo el valor de c de la ecuación 1 en la 2:

$$(x + 4) \cdot (\frac{720}{x} + 2) = 720$$

$$(x + 4) \cdot (\frac{720 + 2x}{x}) = 720$$

$$\frac{(\mathrm{x}+4)\cdot(720+2\mathrm{x})}{\mathrm{x}}=720$$

$$(\mathrm{x}+4)\cdot(720+2\mathrm{x})=720\mathrm{x}$$

$$720x+2880+2x^2+8\mathrm{x}=720\mathrm{x}$$

$$2880+2x^2+8\mathrm{x}=0$$

$$x^2+4\mathrm{x}-1440=0$$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+5760}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{5776}}{2}=\frac{-4\pm 76}{2}$$

$$x_1=\frac{-4+76}{2}=\frac{72}{2}=36$$

$$x_2=\frac{-4-76}{2}=\frac{-80}{2}=-40\ soluci\acute{o}n\ no\ v\acute{a}lida$$

Había un total de 36 personas

<u>Problema 28:</u>

Hallar dos números consecutivos cuya suma de cuadrados sea 313

Sea x el 1er número

Su consecutivo será: x+1

$$(x+1)^2+x^2=313$$

$$x^2+1+2\mathrm{x}+x^2=313$$

$$2x^2+1+2\mathrm{x}-313=0$$

$$2x^2+2\mathrm{x}-312=0$$

$$x^2+\mathrm{x}-156=0$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+624}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{625}}{2}=\frac{-1\pm 25}{2}$$

$$x_1=\frac{-1+25}{2}=\frac{24}{2}=12\ \ soluci\acute{o}n\ v\acute{a}lida$$

$$x_2 = \frac{-1-25}{2} = \frac{-26}{2} = -13 \; solución \;\; válida$$

Los números serán:

Sea x el 1er número: x= 12

Su consecutivo será: x+1= 12+1= 13

O

Sea x el 1er número: x= -13

Su consecutivo será: x+1= -13+1= -12

Problema 29:

Los tres lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 metros respectivamente. Calcular qué misma cantidad se tiene que restar a cada uno de los lados para que resulte, con las nuevas medidas un triángulo rectángulo.

Sea x la cantidad que hay que restar a cada lado.

Hipotenusa: 18-x

Cateto 1: 16-x

Cateto 2: 9-x

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$(18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2$$

$$324 + x^2 - 36x = 256 + x^2 - 32x + 81 + x^2 - 18x$$

$$256 + x^2 - 32x + 81 + x^2 - 18x - 324 - x^2 + 36x = 0$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196-52}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{14 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{14+12}{2} = \frac{26}{2} = 13\ solución\ no\ válida$$

$$x_2 = \frac{14-12}{2} = \frac{2}{2} = 1\ solución\ \ válida$$

El triángulo rectángulo será:

Hipotenusa: 18-x=18-1= 17

Cateto 1: 16-x= 16-1= 15

Cateto 2: 9-x= 9-1= 8

Problema 30:

Calcular la altura y la base de un rectángulo cuyo perímetro mide 120 metros, siendo la altura tres quintos de la base.

Sean b y h la base y la altura respectivamente del rectángulo

Sea p el perímetro del rectángulo.

Sabemos que:

$$\mathrm{p} = 2\mathrm{b} + 2\mathrm{h}$$

$$120 = 2\mathrm{b} + 2\mathrm{h}$$

Simplificando por 2

$$60 = \mathrm{b} + \mathrm{h}$$

Despejando h:

$$\mathrm{h} = 60 - \mathrm{b} \quad \text{ecuación 1}$$

Por otra parte:

$$\mathrm{h} = \frac{3\mathrm{b}}{5} \text{ ecuación 2}$$

Igualando en h las ecuaciones 1 y 2:

$60 - \mathrm{b} \ = \frac{3\mathrm{b}}{5}$

$300 - 5\mathrm{b} \ = 3\mathrm{b}$

$8\mathrm{b} \ = 300$

$b = \ \frac{300}{8} = \ 37{,}5 \ m \ mide \ la \ base$

La altura medirá:

$\mathrm{h} = \frac{3\mathrm{b}}{5}$ ecuación 2

$\mathrm{h} = \frac{3 \cdot 37{,}5}{5} = 22{,}5 \text{ m mide la altura}$

<u>Problema 31:</u>

La diferencia de los cubos de dos números consecutivos es 271. Hallar dichos números.

El 1er número es: x

El consecutivo será: x+1

Luego:

$(x+1)^3 - x^3 = 271$

$x^3 + 3x^2 + 3\mathrm{x} + 1 - x^3 = 271$

$3x^2 + 3\mathrm{x} + 1 = 271$

$3x^2 + 3\mathrm{x} + 1 - 271 = 0$

$3x^2 + 3\mathrm{x} - 270 = 0$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 3240}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{3249}}{6} = \frac{-3 \pm 57}{6}$

$x_1 = \ \frac{-3 + 57}{6} = \frac{54}{2} = 9 \ solución \ \ válida$

$$x_2 = \frac{-3-57}{6} = \frac{-60}{2} = -20 \ \textit{solución no válida}$$

Los números pedidos serán:

El 1er número es: x= 9

El consecutivo será: x+1= 9+1= 10

Problema 32:

Un labrador ha comprado un campo cuadrado para plantarlo de árboles. Poniendo un cierto número por fila le faltan 12 para completar el cuadro, y poniendo uno menos en cada fila le sobran 23. ¿Cuál es el número de árboles de que dispone el labrador?

Sea x el número de filas.

Luego:

$$x^2 - 12 = (x-1)^2 + 23$$

$$x^2 - 12 = x^2 + 1 - 2\text{x} + 23$$

$$2\text{x} = 24 + 12$$

$$2\text{x} = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18\,filas$$

El número de árboles será:

$$x^2 - 12 = 18^2 - 12 = 324 - 12 = 312$$

Problema 33:

Debe distribuirse 400€ en partes iguales, entre varias personas. En el momento del reparto se retiran cuatro, lo que aumenta en 5€ la parte de los otros. ¿Cuántas personas había al principio?

Sea p el número de personas que había al principio.

Sea c la cantidad inicial que recibe cada persona.

Luego, inicialmente:

$$c = \frac{400}{\text{p}} \quad ecuación\ 1$$

Después de retirarse 4:

$$c + 5 = \frac{400}{\text{p} - 4} \quad ecuación\ 2$$

Sustituyendo el valor de c de la ecuación 1 en la 2:

$$\frac{400}{\text{p}} + 5 = \frac{400}{\text{p} - 4}$$

$$\frac{400 + 5\text{p}}{\text{p}} = \frac{400}{\text{p} - 4}$$

$$(\text{p} - 4)(400 + 5\text{p}) = 400\text{p}$$

$$400\text{p} - 1600 + 5p^2 - 20p = 400\text{p}$$

$$5p^2 - 20p - 1600 = 0$$

Simplificando por 5:

$$p^2 - 4p - 320 = 0$$

$$p = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 1280}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{4 \pm 36}{2}$$

$$p_1 = \frac{4 + 36}{2} = \frac{40}{2} = 20\ solución\ \ válida$$

$$p_2 = \frac{4 - 36}{2} = \frac{-32}{2} = -16\ \ solución\ no\ válida$$

Inicialmente había 20 personas.

<u>Problema 34:</u>

Calcular tres números enteros consecutivos tales que su producto sea igual a cinco veces su suma.

1er número x

Siguiente consecutivo: x+1

Siguiente consecutivo: (x+1)+1=x+2

Luego:

$x \cdot (x+1) \cdot (x+2) = 5 \cdot [x + (x+1) + (x+2)]$

$x \cdot (x+1) \cdot (x+2) = 5 \cdot [x + (x+1) + (x+2)]$

$(x^2 + x) \cdot (x+2) = 5[x + x + 1 + x + 2]$

$x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x = 5[3x + 3]$

$x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x = 15\mathrm{x} + 15$

$x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - 15\mathrm{x} - 15 = 0$

$x^3 + 3x^2 - 13\mathrm{x} - 15 = 0$

Aplicando Ruffini:

	1	3	-13	-15
-1		-1	-2	15
	1	2	-15	0

Obtenemos la solución: x= -1, no es válida porque el enunciado nos dice números enteros

Ahora queda una ecuación de 2º grado:

$x^2 + 2x - 15 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3 \; solución \;\; válida$$

$$x_2 = \frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = \; -5 \;\; solución \; no \; válida$$

Luego los números serán:

1er número x= 3

Siguiente consecutivo: x+1= 3+1= 4

Siguiente consecutivo: (x+1)+1=x+2= 3+2= 5

<u>Problema 35:</u>

La edad de un niño será dentro de tres años un cuadrado perfecto, y hace tres años que su edad era precisamente la raíz cuadrada de este cuadrado. ¿Qué edad tiene?

Edad actual del niño: x

Edad del niño hace 3 años: x-3

Edad del niño dentro de 3 años: x+3

Luego,

x+3 es el cuadrado perfecto, así:

$$\sqrt{x+3} = y \;\; ecuación \; 1$$

Hace tres años:

$$x - 3 = y \;\; ecuación \; 2$$

Igualando las ecuaciones 1 y 2 en y:

$$\sqrt{x+3} = x - 3$$

$$(\sqrt{x+3})^2 = (x-3)^2$$

$$\mathrm{x} + 3 = x^2 + 9 - 6x$$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6 \; solución \;\; válida$$

$$x_2 = \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = \; 1 \;\; solución \; no \; válida$$

Edad actual del niño: x= 6 años

<u>Problema 36:</u>

Se compra un cierto número de naranjas por 60€. Al día siguiente hubieran dado 75 naranjas más por la misma cantidad, con lo cual hubiera resultado 4 céntimos de € más barata cada naranja. ¿Cuántas se compraron y cuál fue el precio de cada una?

Sea p el precio de cada naranja.

Sea c la cantidad inicial de naranjas por 60€= 6000 céntimos de €.

Luego, inicialmente:

$$c = \frac{6000}{\mathrm{p}} \;\; ecuación \; 1$$

Después de recoger 75 naranjas más:

$$c + 75 = \frac{6000}{\mathrm{p} - 4} \;\; ecuación \; 2$$

Sustituyendo el valor de c de la ecuación 1 en la 2:

$$\frac{6000}{\mathrm{p}} + 75 = \frac{6000}{\mathrm{p} - 4}$$

$$\frac{6000 + 75\mathrm{p}}{\mathrm{p}} = \frac{6000}{\mathrm{p} - 4}$$

$$(\mathrm{p}-4)(6000+75\mathrm{p})=6000\mathrm{p}$$

$$6000\mathrm{p}-24000+75p^2-300p=6000\mathrm{p}$$

$$75p^2-300p-24000=0$$

Simplificando por 75:

$$p^2-4p-320=0$$

$$p=\frac{4\pm\sqrt{16+1280}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{1296}}{2}=\frac{4\pm 36}{2}$$

$$p_1=\ \frac{4+36}{2}=\frac{40}{2}=20\ solución\ \ válida$$

$$p_2=\ \frac{4-36}{2}=\frac{-32}{2}=\ -16\ \ solución\ no\ válida$$

El precio de cada naranja es: p= 20€

Cantidad de naranjas:

$$c=\frac{6000}{20}=300\ naranjas$$