

EJERCICIOS VARIADOS

PROBLEMAS DE ECUACIONES 3º ESO

MEZCLAS:

Problema 1:

En una bodega se mezclan 6 Hl de vino de alta calidad que cuesta a 300€/Hl, con 10Hl de vino de calidad inferior a 220€/Hl. ¿a cuánto sale el litro de vino resultante?

	LITROS	€/LITROS	VALOR
VINO 1	600	300	180000
VINO 2	1000	220	220000
MEZCLA	600+1000= 1600	x	1600x

Luego:

Sabemos que 1Hl= 100 litros

$$1600x = 180000 + 220000$$

$$1600x = 400000$$

$$x = \frac{400000}{1600} = 250 \text{ €/l} = 2,5\text{€/Hl}$$

Problema 2:

Un barril contiene 1Hl de vino de alta graduación, cotizado a 3,60 €/Hl. Para rebajar el grado se le añaden 20 litros de agua. ¿Cuál es ahora el precio del vino?

	LITROS	€/LITROS	VALOR
VINO	100	3,60	360
AGUA	20	-	-
MEZCLA	100+20= 120	x	120x

Luego,

$$120x = 360$$

$$x = \frac{360}{120} = 3 \text{ € /l}$$

Problema 3:

El dueño de un restaurante mezcla 3 litros de aceite a 4€/l con 2 litros de otro aceite de mejor calidad que cuesta a 7€/l. ¿Cuánto cuesta el litro de mezcla?

	LITROS	€/LITROS	VALOR
ACEITE 1	3	4	12
ACEITE 2	2	7	14
MEZCLA	3+2= 5	x	5x

Luego,

$$5x = 12 + 14$$

$$5x = 26$$

$$x = \frac{26}{5} = 5,2 \text{ € /l}$$

Problema 4:

Para fabricar cierta colonia se mezcla 1 litro de esencia con 5 litros de alcohol y 2 litros de agua destilada. La esencia cuesta 200€/l; el alcohol 6€/l; y el agua destilada, 1€/l. ¿Cuál es el coste de un litro de esa colonia?

	LITROS	€/LITROS	VALOR
ESENCIA	1	200	200
ALCOHOL	5	6	30
AGUA DESTILADA	2	1	2
MEZCLA	1+5+2= 8	X	8x

Luego,

$$8x = 200 + 30 + 2$$

$$8x = 232$$

$$x = \frac{232}{8} = 29 \text{ € /l}$$

Problema 5:

Se mezclan 300 kg de pintura de 30€ el kilo con 200 kg de otra pintura más barata. De esta forma, la mezcla sale a 24€ el kilo. ¿Cuál es el precio de la pintura barata?

	KILOS	€/KILOS	VALOR
PINTURA 1	300	30	9000
PINTURA 2	200	x	200x

MEZCLA	300+200= 500	24	12000
--------	--------------	----	-------

Luego,

$$9000 + 200x = 12000$$

$$200x = 12000 - 9000$$

$$x = \frac{3000}{200} = 15 \text{ € /kg}$$

Problema 6:

Se han mezclado 30 litros de aceite barato con 25 litros de aceite caro, resultando la mezcla a 3,20€/l. Calcula el precio de cada litro de clase, sabiendo que el de más calidad es el doble de caro que el otro.

	LITROS	€/LITROS	VALOR
ACEITE 1	30	x	30x
ACEITE 2	25	y	25y
MEZCLA	30+25= 55	3,20	176

Luego,

$$30x + 25y = 176$$

$$y = 2x$$

Así:

$$30x + 25(2x) = 176$$

$$30x + 50x = 176$$

$$x = \frac{176}{80} = 2,2 \text{ €/l el aceite barato}$$

El aceite caro será:

$$y = 2x$$

$$y = 2 \cdot 2,2 = 4,4 \text{ €/l el aceite caro}$$

Problema 7:

Mezclando 15 kg de arroz de 1€/kg con 25 kg de arroz de otra clase, se obtiene una mezcla que sale a 1,30€/kg. ¿Cuál será el precio de la segunda clase de arroz?

	KILOS	€/KILOS	VALOR
ARROZ 1	15	1	15
ARROZ 2	25	x	25x
MEZCLA	15+25= 40	1,30	52

Luego,

$$15 + 25x = 52$$

Así:

$$25x = 52 - 15$$

$$25x = 37$$

$$x = \frac{37}{25} = 1,48 \text{ €/l el arroz 2}$$

EDADES:

Problema 8:

Juanjo tiene el doble de edad que Raúl, y Laura y tres años más que Juanjo. Si la suma de sus edades es 38, ¿cuál es la edad de cada uno?

Edad de Juanjo: $2x$

Edad de Raúl: x

Edad de Laura: $2x+3$

$$2x + x + (2x + 3) = 38$$

$$2x + x + 2x + 3 = 38$$

$$5x = 38 - 3$$

$$5x = 35$$

$$x = \frac{35}{5} = 7 \text{ años tiene Raúl}$$

Edad de Juanjo: $2x$: $2 \cdot 7 = 14$ años

Edad de Laura: $2x+3$: $2 \cdot 7 + 3 = 17$ años

Problema 9:

Melisa tiene el triple de edad que su hija Marta. Calcula la edad de cada una sabiendo que, dentro de 12 años, la edad de Melisa será solamente el doble de la de Marta.

Edad de Marta: x

Edad de Melisa: $3x$

Edad de Marta dentro de 12 años: $x+12$

Edad de Melisa dentro de 12 años: $3x+12$

Dentro de 12 años la edad de Melisa será el doble de la de Marta:

$$3x + 12 = 2(x + 12)$$

$$3x + 12 = 2x + 24$$

$$3x - 2x = 24 - 12$$

$x = 12$ años es la edad de Marta

Edad de Melisa: $3x = 3 \cdot 12 = 36$ años

Problema 10:

María tiene 5 años más que su hermano Luis, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad de Luis: x

Edad de María: $x+5$

Edad del padre: 41 años

Edad de Luis dentro de 6 años: $x+6$

Edad de María dentro de 6 años: $(x+5)+6 = x+11$

Edad del padre dentro de 6 años: $41+6 = 47$

Luego,

$$(x + 6) + (x + 11) = 47$$

$$x + 6 + x + 11 = 47$$

$$2x + 17 = 47$$

$$2x = 47 - 17$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2} = 15 \text{ años tiene Luis}$$

Edad de María: $x+5 = 15+5 = 20$ años

Problema 11:

Antonio tiene 15 años, su hermano Roberto, 13, y su padre 43. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos iguallen la edad del padre?

Sea t el tiempo en años que han de transcurrir para que entre los dos hijos iguallen la edad del padre:

Edad de Antonio: 15 años

Edad de Antonio dentro de t años: $15+t$

Edad de Roberto: 13 años

Edad de Roberto dentro de t años: $13+t$

Edad del padre: 43

Edad del padre dentro de t años: $43+t$

Luego:

$$(15 + t) + (13 + t) = 43 + t$$

$$15 + t + 13 + t = 43 + t$$

$$2t + 28 = 43 + t$$

$$2t - t = 43 - 28$$

$$t = 15 \text{ años han de transcurrir}$$

Problema 12:

La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo dos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad de la madre: x

Edad del padre: $x+6$

Edad de los gemelos: $x-27$

Luego,

$$x + (x + 6) + 2(x - 27) = 104$$

$$x + x + 6 + 2x - 54 = 104$$

$$4x - 48 = 104$$

$$4x = 104 + 48$$

$$4x = 152$$

$$x = \frac{152}{4} = 38 \text{ años tiene la madre}$$

Edad del padre: $x+6= 38+6= 44$ años.

Edad de los gemelos: $x-27= 38-27= 11$ años tiene cada gemelo.

Problema 13:

La edad de Alicia es el cuádruplo de la de Pablo, pero dentro de 16 años será solamente el doble. Halla la edad actual de Alicia y de Pablo.

TIEMPO-----PRESENTE-----PASADO

Alicia----- $4x$ ----- $4x+16$

Pablo----- x ----- $x+16$

Así:

$$4x + 16 = 2(x + 16)$$

$$4x + 16 = 2x + 32$$

$$4x - 2x = 32 - 16$$

$$2x = 16$$

$$x = \frac{16}{2} = 8 \text{ años es la edad de Pablo}$$

La edad de Alicia será: $4x = 4 \cdot 8 = 32$ años.

GEOMETRÍA:

Problema 14:

La base de un triángulo rectángulo es el doble que la altura, y el perímetro mide 78 cm. Calcular las dimensiones del rectángulo.

Sea x la altura del rectángulo

Sea $2x$ la base del rectángulo.

Sabemos que el perímetro es igual a: la suma de la longitud de todos los lados,

Así:

$$p = x + x + 2x + 2x$$

$$78 = x + x + 2x + 2x$$

$$78 = 6x$$

$$x = \frac{78}{6} = 13 \text{ cm mide altura}$$

La base del rectángulo será: $2x = 2 \cdot 13 = 26$ cm

Problema 15:

Sabemos que el perímetro de un rectángulo es de 50 m, y que la base es 5 m más larga que la altura. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Altura del rectángulo: x

Base del rectángulo: $x+5$

$$p = x + x + (x + 5) + (x + 5)$$

$$50 = x + x + x + 5 + x + 5$$

$$50 = 4x + 10$$

$$4x = 50 - 10$$

$$4x = 40$$

$$x = \frac{40}{4} = 10 \text{ m mide altura}$$

Base del rectángulo: $x+5= 10+5= 15 \text{ m}$

Problema 16:

Calcular la longitud de los lados de un triángulo isósceles, sabiendo que el perímetro mide 50 cm, y que el lado desigual es 7cm menor que uno de los lados iguales.

Cada lado igual mide: x

Lado desigual mide: $x-7$

Luego,

$$2x + (x - 7) = 50$$

$$2x + x - 7 = 50$$

$$3x = 50 + 7$$

$$3x = 57$$

$$x = \frac{57}{3} = 19 \text{ cm mide cada lado igual}$$

Lado desigual mide: $x-7= 19-7=12 \text{ cm}$

Problema 17:

En un triángulo isósceles cada uno de los lados iguales es 5 cm más largo que el lado desigual. El perímetro mide 55 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

Lado desigual mide: x

Cada lado igual mide: $x+5$

Luego,

$$x + 2(x + 5) = 55$$

$$x + 2x + 10 = 55$$

$$3x = 55 - 10$$

$$3x = 45$$

$$x = \frac{45}{3} = 15 \text{ cm mide el lado desigual}$$

Cada lado igual mide: $x+5= 15+5= 20$ cm

NÚMEROS:

Problema 18:

Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?

Sea x el número pedido.

$$x - 12 = \frac{x}{3}$$

$$3x - 36 = x$$

$$3x - x = 36$$

$$2x = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18 \text{ es el número pedido}$$

Problema 19:

La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruplo del menor. ¿De qué números se trata?

Sea x el primer número

El segundo número será: $x+1$

El tercer número será: $(x+1)+1= x+2$

Luego:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 4x$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 4x$$

$$3x + 3 = 4x$$

$$4x - 3x = 3$$

$x = 3$ es el primer número pedido

El segundo número será: $x+1= 3+1= 4$

El tercer número será: $(x+1)+1= x+2= 3+2= 5$

Problema 20:

Si al cuadrado de un número le quitas su doble, tienes su quíntuplo.
¿Cuál ese número?

Sea x el número pedido

$$x^2 - 2x = 5x$$

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

Luego:

$x = 0$ es el número pedido

$$x - 7 = 0$$

$x = 7$ es el número pedido

Problema 21:

El producto de un número natural por su siguiente es igual a 210.
¿De qué número se trata?

Sea x el primer número natural.

El siguiente número natural será: $x+1$

$$x \cdot (x + 1) = 210$$

$$x^2 + x - 210 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 840}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{841}}{2} = \frac{-1 \pm 29}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 29}{2} = 14$$

$$x_1 = \frac{-1 - 29}{2} = -15 \text{ solución no válida}$$

Luego:

Sea x el primer número natural: $x= 14$

Problema 22:

Halla un número tal que su doble aumentado en una unidad sea igual que su triple disminuido en tres unidades.

Sea x el número pedido.

$$2x + 1 = 3x - 3$$

$$3x - 2x = 3 + 1$$

$$x = 4$$

Problema 23:

La suma de tres números consecutivos es 144. ¿Cuáles son esos números?

1er número: x

2º número: $x+1$

3er número: $(x+1)+1= x+2$

Luego,

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 144$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 144$$

$$3x + 3 = 144$$

$$3x = 144 - 3$$

$$3x = 141$$

$$x = \frac{141}{3} = 47$$

Los números serán,

1er número: $x= 47$

2º número: $x+1= 47+1= 48$

3er número: $(x+1)+1= x+2= 47+2= 49$

Problema 24:

Calcula tres números naturales consecutivos, sabiendo que su suma es igual al cuádruplo del menor.

1er número: x

2º número: $x+1$

3er número: $(x+1)+1= x+2$

Luego,

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 4x$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 4x$$

$$3x + 3 = 4x$$

$$4x - 3x = 3$$

$$x = 3$$

Los números serán,

$$\text{1er número: } x = 3$$

$$\text{2º número: } x+1 = 3+1 = 4$$

$$\text{3er número: } (x+1)+1 = x+2 = 3+2 = 5$$

VARIADOS:

Problema 25:

Compro cinco bolígrafos y me sobran 2€. Si hubiera necesitado comprar 9 bolígrafos, me habría faltado 1€. ¿Cuánto cuesta un bolígrafo? ¿Cuánto dinero llevo?

Sea p_t el precio total pagado o cantidad de dinero que llevo.

Sea p_u el precio pagado por cada bolígrafo.

Luego:

$$p_t = 5 \cdot p_u$$

Como el enunciado dice que al comprar 5 bolígrafos le sobran 2€, tenemos:

$$p_t - 2 = 5 \cdot p_u \quad \text{ecuación 1}$$

Por otra parte:

$$p_t = 9 \cdot p_u$$

Como el enunciado dice que al comprar 9 bolígrafos le falta 1€, tenemos:

$$p_t + 1 = 9 \cdot p_u \text{ ecuación 2}$$

Luego,

$$p_u = \frac{p_t - 2}{5} \text{ ecuación 3}$$

$$p_u = \frac{p_t + 1}{9} \text{ ecuación 4}$$

Igualando las ecuaciones 3 y 4:

$$\frac{p_t - 2}{5} = \frac{p_t + 1}{9}$$

$$9(p_t - 2) = 5(p_t + 1)$$

$$9p_t - 18 = 5p_t + 5$$

$$9p_t - 5p_t = 5 + 18$$

$$4p_t = 23$$

$$p_t = \frac{23}{4} = 5,75\text{€ es la cantidad que llevaba}$$

Cada bolígrafo cuesta:

$$p_u = \frac{p_t - 2}{5}$$

$$p_u = \frac{5,75 - 2}{5} = \frac{3,75}{5} = 0,75\text{€ cuesta cada bolígrafo}$$

Problema 26:

Reparte 1000€ entre tres personas de forma que la primera reciba el doble de la segunda y ésta, el triple que la tercera.

Sea x la cantidad que recibe la tercera persona.

La 2ª persona recibirá: $3x$

La 1ª persona recibirá: $2(3x) = 6x$

Luego,

$$x + 3x + 6x = 1000$$

$$10x = 1000$$

$$x = \frac{1000}{10} = 100$$

La 1ª persona recibe: $6x = 6.000€$

La 2ª persona recibe: $3x = 3.000€$

La 3ª persona recibe: $x = 1.000€$

Problema 27:

Un hortelano planta dos tercios de su huerta de tomates y un quinto de pimientos. Si aun le quedan 400 m^2 sin cultivar, ¿cuál es la superficie total de la huerta?

Sea x la superficie total de la huerta

De tomates planta: $2x/3$

De pimientos planta: $x/5$

Sin cultivar: 400 m^2

Luego,

$$x = \frac{2x}{3} + \frac{x}{5} + 400$$

$$MDC = 3 \cdot 5 = 15$$

$$15x = 10x + 3x + 6000$$

$$15x - 13x = 6000$$

$$2x = 6000$$

$$x = \frac{6000}{2} = 3000 \text{ m}^2 \text{ es la extensión de la finca}$$

Problema 28:

Por un videojuego, un cómic y un helado, Andrés ha pagado 14,30 €. El videojuego es 5 veces más caro que el cómic, y éste cuesta el doble que el helado. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

Sea x el precio del helado

El precio del cómic será: $2x$

El precio del videojuego: $5(2x)=10x$

$$x + 2x + 10x = 14,30$$

$$13x = 14,30$$

$$x = \frac{14,30}{13} = 1,1$$

Luego,

Sea x el precio del helado: $x = 1,1€$

El precio del cómic será: $2x = 2 \cdot 1,1 = 2,2€$

El precio del videojuego: $5(2x) = 10x = 10 \cdot 1,1 = 11€$

Problema 29:

Con 12€ que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine aun me sobrarían 4,5€. La entrada a la piscina cuesta 1,5 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada del cine?

Sea x el precio de la entrada de cine

La entrada de la piscina costará: $x - 1,5$

Luego,

$$x + 2(x - 1,5) + 4,5 = 12$$

$$x + 2x - 3 + 4,5 = 12$$

$$3x + 1,5 = 12$$

$$3x = 12 - 1,5$$

$$3x = 10,5$$

$$x = \frac{10,5}{3} = 3,5$$

Luego,

La entrada de cine costará: $x = 3,5 \text{ €}$

La entrada de la piscina costará: $x - 1,5 = 3,5 - 1,5 = 2 \text{ €}$

Problema 30:

Me faltan 1,8€ para comprar mi revista de informática preferida. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarían 2€. ¿Cuánto tengo?, ¿cuánto cuesta la revista?

Sea x la cantidad de dinero que tengo.

Sea p el precio de la revista de informática.

Luego:

$$x + 1,8 = p$$

$$2x - 2 = p$$

Iguando en p :

$$2x - 2 = x + 1,8$$

$$2x - x = 1,8 + 2$$

$x = 3,8 \text{ €}$ es la cantidad que tengo

El precio de la revista es:

$$p = x + 1,8 = 3,8 + 1,8 = 5,6 \text{ €}$$