

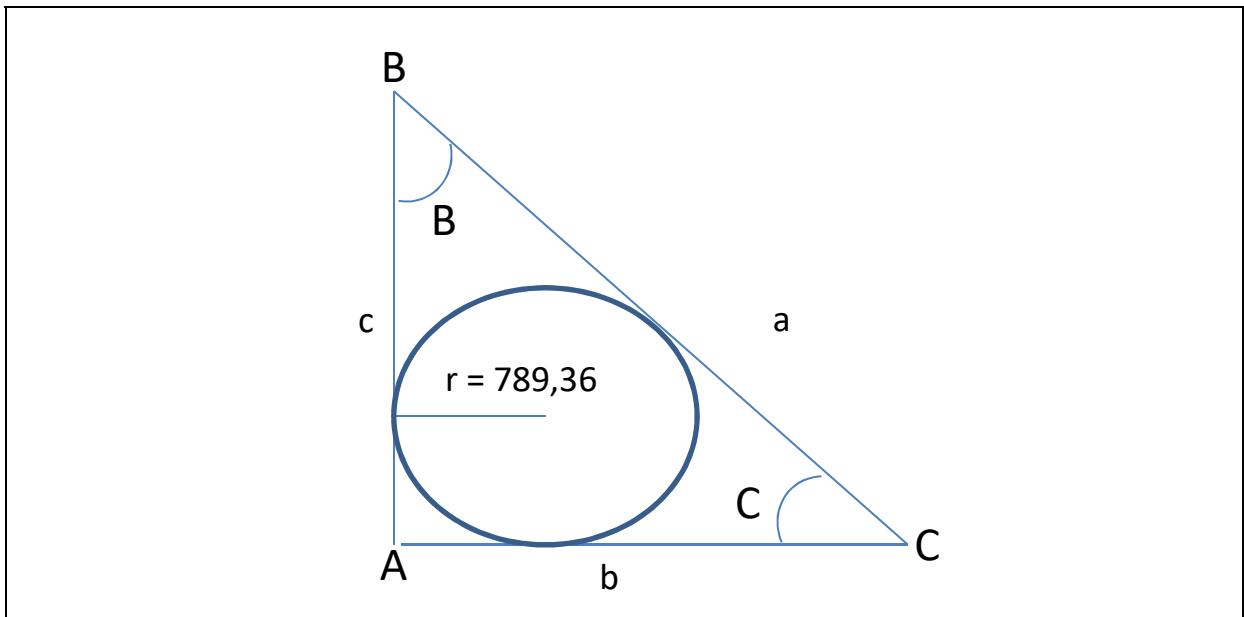
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 140:

El perímetro de un triángulo rectángulo es de 10.219,56 m; y el radio del círculo inscrito mide 789,36 m. Resolver el triángulo.

Solución Problema 140:

Hacemos el croquis:



Sabemos que:

$$p = a + b + c = 10.219,56$$

$$a = 10.219,56 - (b + c) \text{ ecuación 1}$$

Aplicando la siguiente propiedad del círculo inscrito en un triángulo rectángulo que nos relaciona el radio con los catetos e hipotenusa:

$$r = \frac{b \cdot c}{a + b + c} \text{ ecuación 2}$$

Aplicamos, igualmente, el teorema de Poncelet:

$$r = \frac{b + c - a}{2} \text{ ecuación 3}$$

De manera que de la ecuación 2 obtenemos:

$$789,36 = \frac{b \cdot c}{10219,56}$$

$$23,458 \cdot 10219,56 = b \cdot c$$

$$b \cdot c = 8066911,882 \text{ ecuación 4}$$

$$b = \frac{8066911,882}{c} \text{ ecuación 4}$$

Y de la ecuación 3:

$$789,36 = \frac{b + c - a}{2}$$

$$1578,72 = b + c - a \text{ ecuación 5}$$

Sustituimos el valor de a de la ecuación 1 en la 5:

$$1578,72 = b + c - [10.219,56 - (b + c)]$$

Operamos:

$$1578,72 = b + c - 10.219,56 + b + c$$

$$1578,72 + 10219,56 = 2b + 2c$$

$$2b + 2c = 11798,28$$

$$b + c = 5899,14 \text{ ecuación 6}$$

Sustituimos el valor de b de la ecuación 4 en la 6:

$$b = \frac{8066911,882}{c} \text{ ecuación 4}$$

$$\frac{8066911,882}{c} + c = 5899,14$$

$$8066911,882 + c^2 = 5899,14c$$

$$c^2 - 5899,14c + 8066911,882 = 0$$

$$c = \frac{5899,14 \pm \sqrt{34799852,7396 - 32267647,528}}{2}$$

$$c = \frac{5899,14 \pm \sqrt{2532205,212}}{2} = \frac{5899,14 \pm 1591,290}{2}$$

$$c_1 = \frac{5899,14 + 1591,290}{2} = 3745,215 \text{ m}$$

$$c_2 = \frac{5899,14 - 1591,290}{2} = 2153,925 \text{ m}$$

Para $c = 3745,215$

Hallamos b :

$$b = \frac{8066911,882}{3745,215} = 2153,924 \text{ m}$$

Hallamos a :

$$a = 10219,56 - (b + c) = 10219,56 - (2153,924 + 3745,215)$$

$$a = 4320,421 \text{ m}$$

Hallamos el valor de los ángulos:

$$\operatorname{tg} C = \frac{c}{b} = \frac{3745,215}{2153,924} = 1,7387$$

$$C = \operatorname{arctg} 1,7387 = 60^\circ,096 = 71^\circ 5' 46''$$

$$B = 90^\circ - 60^\circ,096 = 29^\circ,904 = 29^\circ 54' 14''$$