

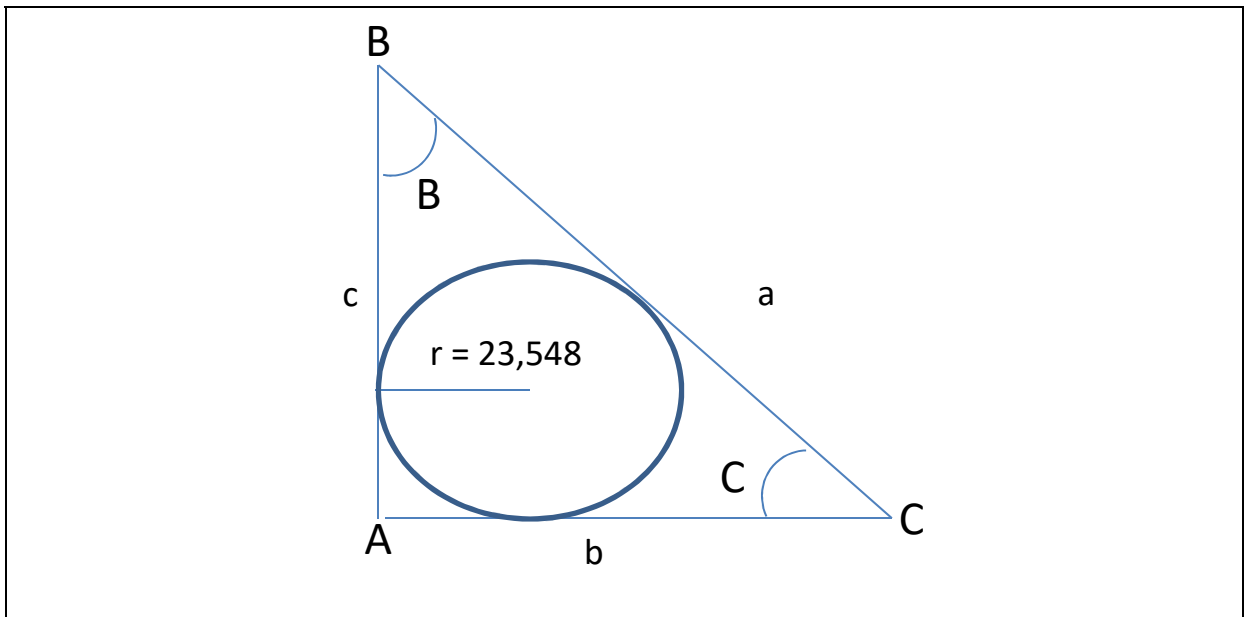
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 139:

Resolver un triángulo rectángulo conociendo el radio del círculo inscrito $r = 23,458$ m; y la relación de los catetos, $b/c = 1/3$

Solución Problema 139:

Hacemos el croquis:



Sabemos que:

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{3}$$

$$c = 3b \text{ ecuación 1}$$

Aplicando la siguiente propiedad del círculo inscrito en un triángulo rectángulo que nos relaciona el radio con los catetos e hipotenusa:

$$r = \frac{b \cdot c}{a + b + c} \text{ ecuación 2}$$

Aplicamos, igualmente, el teorema de Poncelet:

$$r = \frac{b + c - a}{2} \text{ ecuación 3}$$

De manera que de la ecuación 1 obtenemos:

$$23,458 = \frac{b \cdot c}{a + b + c}$$

$$23,458(a + b + c) = b \cdot c \text{ ecuación 3}$$

Y de la ecuación 2:

$$23,458 = \frac{b + c - a}{2}$$

$$46,916 = b + c - a \text{ ecuación 4}$$

Sustituimos el valor de c de la ecuación 1 en la 4:

$$46,916 = b + 3b - a$$

$$46,916 = 4b - a$$

Despejamos a:

$$a = 4b - 46,916 \text{ ecuación 5}$$

Sustituimos el valor de a de la ecuación 5 y el valor de c de la ecuación 1 en la ecuación 3:

$$23,458(a + b + c) = b \cdot c \text{ ecuación 3}$$

$$23,458[(4b - 46,916) + b + (3b)] = b \cdot 3b$$

$$23,458[4b - 46,916 + b + 3b] = 3b^2$$

$$23,458[8b - 46,916] = 3b^2$$

$$187,664b - 1100,55528 = 3b^2$$

$$3b^2 - 187,664b + 1100,55528 = 0$$

$$b = \frac{187,664 \pm \sqrt{35217,776896 - 13206,666336}}{6} = \frac{187,664 \pm \sqrt{22011,11056}}{6}$$

$$b = \frac{187,664 \pm 148,361}{6}$$

$$b_1 = \frac{187,664 + 148,361}{6} = 56,004 \text{ m}$$

$$b_2 = \frac{187,664 - 148,361}{6} = 6,5505 \text{ m solución no válida}$$

Para $b = 56,004$:

Hallamos c

$$c = 3b \text{ ecuación 1}$$

$$c = 3b = 3 \cdot 56,004 = 168,012 \text{ m}$$

Hallamos a

$$a = 4b - 46,916 \text{ ecuación 5}$$

$$a = 4b - 46,916 = 4 \cdot 56,004 - 46,916 = 224,016 - 46,916 = 177,1 \text{ m}$$

Hallamos el valor de los ángulos:

$$\operatorname{tg} C = \frac{c}{b} = \frac{168,012}{56,004} = 3$$

$$C = \operatorname{arctg} 3 = 71^\circ,565 = 71^\circ 33' 54''$$

$$B = 90^\circ - 71^\circ,565 = 18^\circ,435 = 18^\circ 26' 6''$$