

## PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

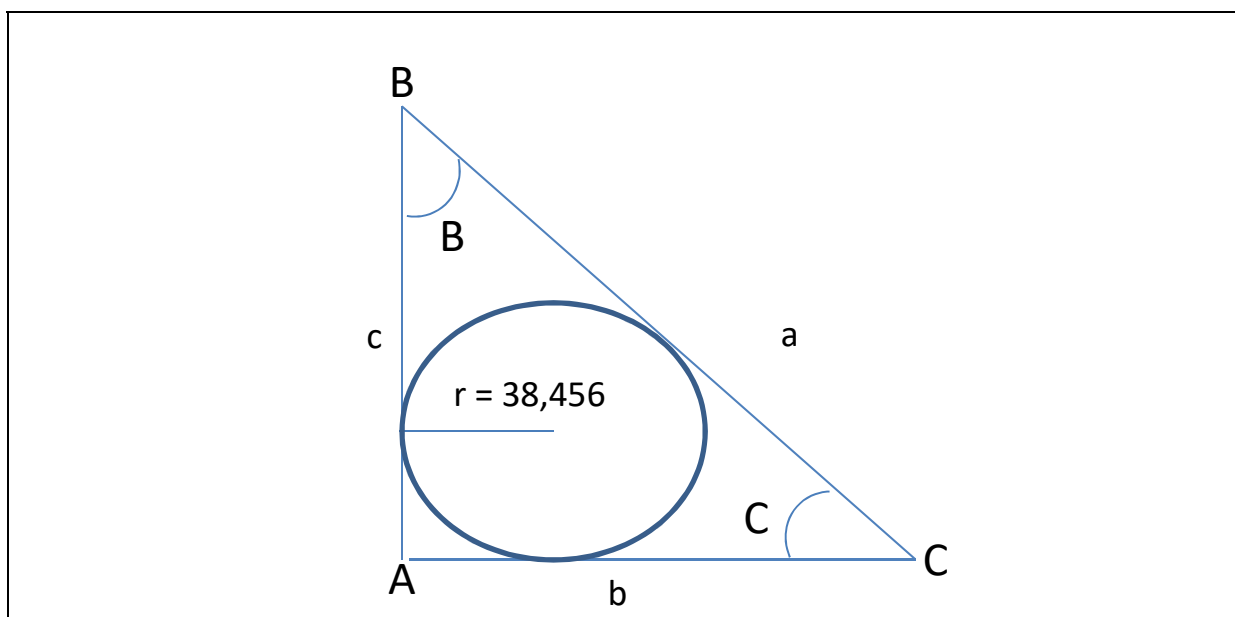
Problema 138:

Resolver un triángulo rectángulo con los datos siguientes:

$R = 38,456 \text{ m}$ ;  $B = 42^\circ 12' 8'',4$ .

Solución Problema 138:

Hacemos el croquis:



Sabemos el valor del ángulo B:

$$B = 42^\circ 12' 8'',4 = 42^\circ,2023$$

Hallamos el valor del ángulo C

$$C = 90 - 42^\circ,2023 = 47^\circ,7976 = 47^\circ 47' 51'',6$$

Aplicando la siguiente propiedad del círculo inscrito en un triángulo rectángulo que nos relaciona el radio con los catetos e hipotenusa:

$$r = \frac{b \cdot c}{a + b + c} \text{ ecuación 1}$$

Aplicamos, igualmente, el teorema de Poncelet:

$$r = \frac{b + c - a}{2} \text{ ecuación 2}$$

De manera que de la ecuación 1 obtenemos:

$$38,456 = \frac{b \cdot c}{a + b + c} \text{ ecuación 3}$$

Y de la ecuación 2:

$$38,456 = \frac{b + c - a}{2}$$

$$76,912 = b + c - a \text{ ecuación 4}$$

Sabemos que:

$$\text{sen B} = \frac{b}{a}$$

$$a = \frac{b}{\text{sen B}} = \frac{b}{\text{sen } 42^{\circ}, 2023} = 1,4886b$$

$$a = 1,4886b \text{ ecuación 5}$$

Sustituimos el valor de a de la ecuación 5 en la ecuación 4, y despejaremos c:

$$76,912 = b + c - a \text{ ecuación 4}$$

$$76,912 = b + c - 1,4886b$$

$$76,912 = c - 0,4886b$$

$$c = 76,912 + 0,4886b \text{ ecuación 6}$$

Sustituimos el valor de c de la ecuación 6 en la ecuación 3:

$$38,456 = \frac{b \cdot c}{a + b + c} \text{ ecuación 3}$$

$$38,456(a + b + c) = b \cdot c$$

$$38,456[a + b + (76,912 + 0,4886b)] = b \cdot (76,912 + 0,4886b)$$

Sustituimos el valor de a de la ecuación 5:

$$38,456[(1,4886b) + b + (76,912 + 0,4886b)] = b \cdot (76,912 + 0,4886b)$$

Operando:

$$38,456[(1,4886b) + b + (76,912 + 0,4886b)] = b \cdot (76,912 + 0,4886b)$$

$$38,456[1,4886b + b + 76,912 + 0,4886b] = 76,912b + 0,4886b^2$$

$$38,456[2,9772b + 76,912] = 76,912b + 0,4886b^2$$

$$114,4912032b + 2957,727872 = 76,912b + 0,4886b^2$$

$$0,4886b^2 - 114,4912032b + 76,912b - 2957,727872 = 0$$

$$0,4886b^2 - 37,5792032b - 2957,727872 = 0$$

$$0,4886b^2 - 37,58b - 2957,73 = 0$$

$$b = \frac{37,58 \pm \sqrt{1412,2564 + 5780,587512}}{0,9772} = \frac{37,58 \pm \sqrt{7192,843912}}{0,9772}$$

$$b = \frac{37,58 \pm 84,810}{0,9772}$$

$$b_1 = \frac{37,58 + 84,810}{0,9772} = 125,246 \text{ m}$$

$$b_2 = \frac{37,58 - 84,810}{0,9772} = -50,174 \text{ m } \textit{solución no válida}$$

Para  $b = 125,246 \text{ m}$

Hallamos  $c$ :

$$c = 76,912 + 0,4886b \text{ ecuación 6}$$

$$c = 76,912 + 0,4886 \cdot 125,246 = 138,107 \text{ m}$$

Hallamos  $b$ :

$$a = 1,4886 \cdot 125,246 = 186,441 \text{ m}$$