EJERCICIOS VARIADOS

PROBLEMAS DE ECUACIONES 3º ESO

Problema 1:

¿Qué número aumentado en 12 da 53?

Sea x el número pedido

$$x + 12 = 53$$

$$x = 53 - 12$$

$$x = 41 \;\; es\ el\ número\ pedido$$

Problema 2:

Un número se multiplica por 3. El resultado se divide por 2 y luego se le resta 5. Este nuevo resultado se multiplica por 10, obteniéndose así 40. ¿Cuál es el número?

Sea x el número pedido

$$\left[\frac{3x}{2} - 5\right] \cdot 10 = 40$$

$$\left[\frac{3x - 10}{2}\right] \cdot 10 = 40$$

$$\frac{30x - 100}{2} = 40$$

$$30x - 100 = 40 \cdot 2$$

$$30x - 100 = 80$$

$$30x = 80 + 100$$

$$30x = 180$$

$$x = \frac{180}{30} = 6$$

Problema 3:

¿Qué número multiplicado por 4 y sumando luego 5 al producto da 29?

Sea x el número pedido

$4x + 5 = 29$

$4x = 29 - 5$

$4x = 24$

$x = \frac{24}{4} = 6$

Problema 4:

¿Cuál es el número al que sumando 7 a su tercera parte es igual a 62?

Sea x el número pedido

$\frac{x}{3} + 7 = 62$

$x + 21 = 186$

$x = 186 - 21$

$x = 165$

Problema 5:

Si a un número se le resta 40 y la diferencia se multiplica por 4, el resultado es el mismo que si al número se le resta 20 y la diferencia se multiplica por 3. Hallar el número.

Sea x el número pedido

$(x - 40) \cdot 4 = (x - 20) \cdot 3$

$4x - 160 = 3x - 60$

$4x - 3x = -60 + 160$

$x = 100$

Problema 6:

¿Cuál es el número natural que aumentado en la mitad del precedente y en la tercera parte del siguiente da 42?

Sea x el número pedido

$$x + \frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} = 42$$

$$MDC = 6$$

$$6x + 3(x-1) + 2(x+1) = 252$$

$$6x + 3x - 3 + 2x + 2 = 252$$

$$11x = 252 + 3 - 2$$

$$11x = 253$$

$$x = \frac{253}{11} = 23$$

Problema 7:

Obtener tres números consecutivos, tales que 3 veces el tercero más 2 veces el primero exceda en 5 al triple del segundo.

Los números son:

1º: x

2º: x+1

3º: (x+1)+1= x+2

$$3(x+2) + 2x = 3(x+1) + 5$$

$$3x + 6 + 2x = 3x + 3 + 5$$

$$5x - 3x = 3 + 5 - 6$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{2}{2} = 1 \; es \; el \; 1er \; número$$

2º: x+1= 1+1=2

3º: x+2= 1+2= 3

Problema 8:

Hallar tres números impares consecutivos tales que la suma de los dos últimos sea 72.

Hallamos el 1er número impar, para ello:

Número natural	Número par	Número impar
x	2x	2x+1
x= 1	2·1= 2	2·1+1= 3
x= 2	2·2= 4	2·2+1= 5

Y así sucesivamente, luego:

1er número impar: 2x+1

2º número impar: 2x+3

3er número impar: 2x+5

Así:

$$(2x+3)+(2x+5)=72$$

$$2x+3+2x+5=72$$

$$4x+8=72$$

$$4x=72-8$$

$$4x=64$$

$$x=\frac{64}{4}=16$$

Luego,

1er número impar: 2x+1= 2·16+1= 33

2º número impar: 2x+3= 2·16+3= 35

3er número impar: 2x+5= 2·16+5=37

<u>Problema 9:</u>

Encontrar tres números naturales consecutivos tales que su suma sea 48

1er número: x

2º número: x+1

3er número: (x+1)+1= x+2

$x + (x + 1) + (x + 2) = 48$

$x + x + 1 + x + 2 = 48$

$3x + 3 = 48$

$3x = 48 - 3$

$3x = 45$

$x = \frac{45}{3} = 15$

Luego,

1er número: x= 15

2º número: x+1= 15+1=16

3er número: (x+1)+1= x+2= 15+2= 17

Problema 10:

¿Cuál es el número cuyo 5/3 y 7/6 difieren en 150?

Sea x el número pedido

$\frac{5x}{3} - \frac{7x}{6} = 150$

$MDC = 6$

$10x - 7x = 900$

$3x = 900$

$x = \frac{900}{3} = 300$

Problema 11:

¿Qué número hay que añadir a los dos términos de la fracción 5/13 para que valga 3/5?

Sea x el número pedido

$$\frac{5+x}{13+x}=\frac{3}{5}$$

$$5(5+x)=3(13+x)$$

$$25+5x=39+3x$$

$$5x-3x=39-25$$

$$2x=14$$

$$x=\frac{14}{2}=7$$

Problema 12:

¿Qué número hay que añadir a los dos términos de la fracción 23/40 para que ésta valga 2/3?

Sea x el número pedido

$$\frac{23+x}{40+x}=\frac{2}{3}$$

$$3(23+x)=2(40+x)$$

$$69+3x=80+2x$$

$$3x-2x=80-69$$

$$x=11$$

Problema 13:

Se han consumido las 4/5 partes de un bidón de aceite. Se reponen 30 litros quedando lleno hasta la mitad. Se pide la capacidad del depósito.

Se consumen 4/5, luego queda 1/5 de su capacidad.

Sea x la capacidad del depósito:

$$\frac{x}{5}+30=\frac{x}{2}$$

$$MDC=10$$

$2x + 300 = 5x$

$5x - 2x = 300$

$3x = 300$

$x = \frac{300}{3} = 100 \; litros \; es \; la \; capacidad \; del \; depósito$

<u>Problema 14:</u>

Una fracción es equivalente a 5/6; si sumamos 4 a sus dos términos, resulta una fracción equivalente a 7/8. Hallar la fracción.

La fracción pedida será:

$\frac{5x}{6x}$

Luego,

$\frac{5x + 4}{6x + 4} = \frac{7}{8}$

$8(5x + 4) = 7(6x + 4)$

$40x + 32 = 42x + 28$

$42x - 40x = 32 - 28$

$2x = 4$

Luego la fracción será:

$x = \frac{4}{2} = 2$

$\frac{5x}{6x} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$

<u>Problema 15:</u>

En una fracción el numerador tiene 3 unidades más que el denominador. Si se suman 2 unidades al numerador, el valor de la fracción será igual a 3/2. ¿Cuál es esa fracción?

La fracción pedida será,

$$\frac{x+3}{x}$$

Luego,

$$\frac{(x+3)+2}{x}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{x+5}{x}=\frac{3}{2}$$

$$2(x+5)=3x$$

$$2x+10=3x$$

$$3x-2x=\ 10$$

$$x=\ 10$$

$$\frac{x+3}{x}=\ \frac{10+3}{10}=\ \frac{13}{10}$$

Problema 16:

Añadiendo 7 unidades al doble de un número más los 3/2 del mismo, da por resultado el séxtuplo de dicho número menos 23. ¿Cuál es ese número?

Sea x el número pedido.

$$2x+7+\frac{3x}{2}=6x-23$$

$$4x+14+3x=12x-46$$

$$12x-7x=14+46$$

$$5x=60$$

$$x=\frac{60}{5}=12$$

Problema 17:

Un vinatero poseía 760 litros de vino de 8,25 €/l. Por tener poca salida comercial decidió mezclarlo con cierta cantidad de otro vino de 7,2 €/l.

¿Qué cantidad del segundo vino necesita para que la mezcla resulte a 7,5 €/l?

	Litros	€/litros	Valor
Vino 1	760	8,25	6270
Vino 2	x	7,2	7,2x
Mezcla	y	7,5	7,5y

$760 + x = y \quad ecuación\ 1$

$6270 + 7{,}2x = 7{,}5y \quad ecuación\ 2$

Sustituimos el valor de y de la ecuación 1 en la ecuación 2:

$6270 + 7{,}2x = 7{,}5(760 + x)$

$6270 + 7{,}2x = 5700 + 7{,}5x$

$7{,}5x - 7{,}2x = 6270 - 5700$

$0{,}3x = 570$

$x = \frac{570}{0{,}3} = 1900\ litros\ del\ vino\ 2$

<u>Problema 18:</u>

Tenía muchas monedas de 1 céntimo y las he cambiado por monedas de 5 céntimos. Ahora tengo la misma cantidad pero 60 monedas menos. ¿Cuánto dinero tengo?

Sea x el número de monedas de 1 céntimo que tenía.

Al cambiarlas por monedas de 5 céntimos, tendré la quinta parte de monedas:

$\frac{x}{5} = x - 60$

$x = 5x - 300$

$x - 5x = -300$

$-4x = -300$

$x = \frac{300}{4} = 75\ monedas\ de\ 1\ céntimo$

Dinero que tengo: nº de monedas por su valor:

$75\ monedas\ x\ 1\ céntimo = 75\ céntimos$

Problema 19:

Hallar un número tal que el triple de la diferencia de dicho número con 5 sea igual al doble de la suma de dicho número con 3.

Sea x el número pedido.

$3(x-5) = 2(x+3)$

$3x - 15 = 2x + 6$

$3x - 2x = 6 + 15$

$x = 21$

Problema 20:

Hallar un número que sumando su mitad, tercera, cuarta parte y 45 dé por suma 448.

Sea x el número pedido.

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 45 = 448$

$MDC = 12$

$6x + 4x + 3x + 540 = 5376$

$13x = 5376 - 540$

$13x = 4836$

$x = \frac{4836}{13} = 372$

Problema 21:

Preguntado un hombre por su edad, contesta: si al doble de mi edad se le quitan 20 años se obtiene lo que me falta para llegar a 100. ¿Cuál es la edad de dicha persona?

Sea x la edad de la persona

$$2x - 20 = 100 - x$$

$$2x + x = 100 + 20$$

$$3x = 120$$

$$x = \frac{120}{3} = 40 \ años$$

Problema 22:

¿Cuántos días de vacaciones ha tenido una familia si ha pasado la tercera parte de sus vacaciones en la playa, la mitad del resto en el campo y 6 días en su casa?

Sea x los días de vacaciones

$$x = \frac{x}{3} + \frac{2x}{6} + 6$$

$$MDC = 6$$

$$6x = 2x + 2x + 36$$

$$6x - 4x = 36$$

$$2x = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18 \ días$$

Problema 23:

Un rebaño de ovejas crece cada año en 1/3 de su número, y al final de cada año se venden 10 ovejas. Después de vender las 10 del final del segundo año quedan 190 ovejas. ¿Cuántas había al principio?

	Inicio	Crece	Queda	Vende	Queda fin año
1er año	x	x/3	x+x/3= 4x/3	10	4x/3-10= 4x-30/3
2ª año	4x-30/3	1/3·(4x-30/3)= 4x-30/9	4x-30/3+ 4x-30/9= 16x-120/9	10	16x-120/9-10= 190

Luego,

$$\frac{16x-120}{9}-10=190$$

$$16x-120-90=1710$$

$$16x=1710+120+90$$

$$16x=1920$$

$$x=\frac{1920}{16}=120\ ovejas$$

<u>Problema 24:</u>

En un quiosco de periódicos se venden de un determinado semanario los 2/5 de ejemplares de la mañana. Al mediodía el encargado adquiere 10 ejemplares más. Durante la tarde vende ¾ de las nuevas existencias y se queda con 10 ejemplares. ¿Cuántos ejemplares tenía al principio de la jornada?

	Inicio	Adquiere	Quedan	Venden	Tiene
Mañana	x	-		2x/5	x-2x/5= 3x/5
Mediodía	3x/5	10	3x/5+10= (3x+50)/5	--	-
Tarde	(3x+50)/5	-	-	(¾)·[(3x+50)/5]= (9x+150)/20	(3x+50)/5-(9x+150)/20= 10

Luego,

$$\frac{3x+50}{5}-\frac{9x+150}{20}=10$$

$$12x+200-9x-150=200$$

$$3x=150$$

$$x=\frac{150}{3}=50\quad periódicos$$

<u>Problema 25:</u>

Un hombre se contrata por 30 días a 50€ incluyendo alimentación por cada día de trabajo. En los días que no trabaje abonará 5€ por la alimentación. Al final de los 30 días recibe 950€. ¿Cuántos días trabajo?

Sea x los días que trabaja.

Sea 30-x los días que no trabaja.

$$50x - 5(30 - x) = 950$$

$$50x - 150 + 5x = 950$$

$$55x = 950 + 150$$

$$55x = 1100$$

$$x = \frac{1100}{55} = 20 \quad días$$

Problema 26:

El perímetro de un triángulo isósceles es 50 cm. Cada uno de los lados iguales es 10 cm mayor que la base. ¿Cuánto vale cada lado?

Sea x la longitud de la base.

La longitud de cada lado igual será: x+10

Luego,

$$50 = 2(x + 10) + x$$

$$50 = 2x + 20 + x$$

$$3x = 50 - 20$$

$$3x = 30$$

$$x = \frac{30}{53} = 10 \quad cm\ mide\ la\ base$$

Cada lado igual medirá: x+10= 10+10 = 20 cm

Problema 27:

Un poste tiene bajo tierra ¼ de su longitud, 1/3 del resto sumergido en el agua, y la parte emergente mide 6 m. Halla la longitud del poste.

	Inicial 1	Bajo tierra	Queda
Poste	x	x/4	x-x/4=3x/4

	Inicial 2	Bajo agua	Queda

Poste	3x/4	1/3·(3x/4)=x/4	3x/4-x/4= x/2

Luego:

$$\frac{x}{2} = 6$$

$$x = 6 \cdot 2 = 12\,metros\ es\ la\ longitud\ del\ poste$$

Problema 28:

Halla la longitud de un poste que tiene bajo tierra 1/5 de su longitud, ¼ del resto sumergido en el agua, y la parte que emerge 12 m.

	Inicial 1	Bajo tierra	Queda
Poste	x	x/5	x-x/5=4x/5

	Inicial 2	Bajo agua	Queda
Poste	4x/5	1/4·(4x/5)=x/5	4x/5-x/5= 3x/5

Luego:

$$\frac{3x}{5} = 12$$

$$x = \frac{5 \cdot 12}{3} = 20\,metros\ es\ la\ longitud\ del\ poste$$

Problema 29:

Halla los lados de un triángulo isósceles de 60 cm de perímetro sabiendo que la razón de uno de los lados iguales a la base es 5/2.

Sea x la base del triángulo isósceles.

Luego,

$$60 = 2 \cdot \frac{5x}{2} + x$$

$$60 = 5x + x$$

$$6x = 60$$

$$x = \frac{60}{6} = 10 \quad cm\, mide\, la\, base$$

Cada lado igual medirá:

$$\frac{5x}{2} = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25\, cm$$

Problema 30:

De un depósito lleno de agua se saca la mitad del contenido y después un tercio del resto, quedando en él 100 litros. Calcula la capacidad del depósito.

Sea x la capacidad del depósito:

Depósito	Tiene	Saca	Queda
Extracción 1	x	x/2	x-x/2= x/2
Extracción 2	x/2	(1/3)·(x/2)= x/6	x/2-x/6= 2x/6= x/3

Luego,

$$\frac{x}{3} = 100$$

$$x = \ 300\, litros\, es\, la\, capacidad\, del\, depósito$$

Problema 31:

En un bosque hay 4 abetos por cada dos hayas, y dos hayas por cada castaño. Además hay 42 árboles de otras especies. Si el bosque tiene 483 árboles en total, ¿cuántos abetos, hayas y castaños hay?

Sea x el número de castaños.

Número de hayas: 2x

Número de abetos: 2·2x= 4x

$$x + 2x + 4x + 42 = 483$$

$$7x = 483 - 42$$

$$7x = 441$$

$$x = \frac{441}{7} = 63\, castaños$$

Hayas: 2x= 2·63= 126

Abetos: 4x=4·63= 252

Problema 32:

Después de gastar el 15% del depósito de gasolina de mi nuevo coche, quedan 42,5 l. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

Si gasto el 15% del depósito, me quedará:

$100 - 15 = 85\%$

Luego:

$$\frac{85x}{100} = 42{,}5$$

$$x = \frac{42{,}5 \cdot 100}{85} = 50\ litros\ es\ la\ capacidad\ del\ depósito$$

Problema 33:

Se mezclan 3 kilos de café de 0.8 €/kilo con 2 kilos de café de 0.7 €/kilo ¿Cuál será el precio de la mezcla?

	Kilos	€/kilo	Valor
Café 1	3	0,8	2,4€
Café 2	2	0,7	1,4€
Mezcla	5	x	5x

Luego,

$5x = 2{,}4 + 1{,}4$

$5x = 3{,}8$

$$x = \frac{3{,}8}{5} = 0{,}76\ €$$

Problema 34:

Se ha comprado alcohol de quemar a 2,5 €/litro y se ha mezclado con otro de 2,7 €/litro. Halla la cantidad que entra de cada clase para obtener 100 litros de mezcla de 2,55 euros/litro.

	Litros	€/Litros	Valor
Alcohol 1	x	2,5	2,5x
Alcohol 2	y	2,7	2,7y
Mezcla	100	2,55	255

Luego,

$x + y = 100$

$x = 100 - y$

Sustituimos el valor de x en:

$2{,}5x + 2{,}7y = 255$

$2{,}5(100 - y) + 2{,}7y = 255$

$250 - 2{,}5y + 2{,}7y = 255$

$0{,}2y = 255 - 250$

$0{,}2y = 5$

$y = \frac{5}{0{,}2} = 25\ litros\ de\ alcohol\ 2$

De alcohol 1 será:

$x = 100 - y$

$x = 100 - 25 = 75\ litros\ de\ alcohol\ 1$

Problema 35:

Las dos cifras de un número suman siete y si se invierte el orden de sus cifras, se obtiene otro número 9 unidades mayor. ¿De qué número se trata?

Sea xy el número de cifras:

La x corresponde a la cifra de las decenas

La y corresponde a la cifra de las unidades

Sabemos que:

$x + y = 7$

$x = 7 - y \ \ ecuación\ 1$

Sabemos que el número xy, puede representarse como: 10x+y

El número invertido será: yx, expresando como: 10y+x

Luego:

$10y + x = (10x + y) + 9$

$10y + x = 10x + y + 9$

$9x = 10y - y - 9$

$9x = 9y - 9$

Simplificando por 9

$x = y - 1 \ \ ecuación\ 2$

Igualando las ecuaciones 1 y 2:

$7 - y = \ y - 1$

$2y = \ 8$

$y = \dfrac{8}{2} = 4\ es\ la\ cifra\ de\ las\ unidades$

La cifra de las decenas será:

$x = 7 - y \ \ ecuación\ 1$

$x = 7 - y \ = 7 - 4 = 3$

El número pedido es: 34

<u>Problema 36:</u>

En un triángulo uno de los ángulos es el doble de otro y éste es igual al tercero incrementado en 4º. ¿Cuál es el valor de cada ángulo?

1er ángulo: x

2º ángulo: 2x

3er ángulo: x+4

Luego:

$x + 2x + (x + 4) \; = 180$

$x + 2x + x + 4 \; = 180$

$4x \; = 180 - 4$

$4x \; = 176$

$x = \dfrac{176}{4} = 44º \; mide \; el \; ángulo \; menor$

2º ángulo: 2x=2·44= 88º

3er ángulo: x+4= 44+4= 48º

Comentario: el enunciado puede tener un dato erróneo y es el valor de 40º para que dé el resultado que aparece en la hoja el dato debe ser de 4º

Problema 37:

En un rectángulo de 56 cm de perímetro, la altura es 7 cm mayor que la base. ¿Cuál es su área?

Sea x la base del rectángulo

La altura será: x+7

Luego,

$x + x + (x + 7) + (x + 7) = 56$

$x + x + x + 7 + x + 7 = 56$

$4x + 14 = 56$

$4x = 56 - 14$

$4x = 42$

$x = \dfrac{42}{2} = 10{,}5 \; cm \; es \; la \; base \; del \; rectángulo$

La altura será: x+7= 10,5+7= 17,5 cm

Área será:

$A = bxh = 10{,}5 \cdot 17{,}5 = 183{,}75\ cm^2$

<u>Problema 38:</u>

Un padre tiene 35 años y su hijo 15. ¿Cuántos años hace que la edad del padre era el triple que la edad del hijo?

TIEMPO----------------PASADO--------------PRESENTE

Padre----------------------(35-t)--------------------------35

Hijo-------------------------(15-t)--------------------------15

Sea t el tiempo o número de años en que la edad del padre era el triple de la del hijo:

$35 - t = 3(15 - t)$

$35 - t = 45 - 3t$

$3t - t = 45 - 35$

$2t = 10$

$t = \frac{10}{2} = 5\ años$

<u>Problema 39:</u>

Un señor tiene 39 años y su hijo 9 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la del hijo?

TIEMPO---------------- PRESENTE --------------FUTURO

Padre---------------------------39--------------------------39+t

Hijo-------------------------------9--------------------------9+t

Sea t el tiempo o número de años en que la edad del padre será el triple de la del hijo:

$39 + t = 3(9 + t)$

$39 + t = 27 + 3t$

$3t - t = 39 - 27$

$2t = 12$

$t = \frac{12}{2} = 6 \text{ años}$

Problema 40:

Una señora tiene 52 años y su hijo la mitad. ¿Cuántos años hace que la edad de la madre era 3 veces la edad de su hijo?

TIEMPO----------------PASADO--------------PRESENTE

Madre----------------------(52-t)-------------------------52

Hijo-------------------------(26-t)-------------------------26

Sea t el tiempo o número de años en que la edad de la madre era el triple de la del hijo:

$52 - t = 3(26 - t)$

$52 - t = 78 - 3t$

$3t - t = 78 - 52$

$2t = 26$

$t = \frac{26}{2} = 13 \text{ años}$

Problema 41:

Un padre tiene 34 años, y las edades de sus tres hijos suman 22 años. ¿Dentro de cuántos años las edades de los hijos sumarán como la edad del padre?

Sea t el tiempo o número de años en que la edad de los hijos sumará como la edad del padre, como son tres hijos para cada uno de ellos transcurrirá el mismo número de años, por eso es 3t

$34 + t = 22 + 3t$

$3t - t = 34 - 22$

$2t = 12$

$t = \frac{12}{2} = 6\ años$

Problema 42:

Preguntado un padre por la edad de su hijo contesta: "Si del doble de los años que tiene se le quitan el doble de los que tenía hace 6 años se tendrá su edad actual". Halla la edad del hijo en el momento actual.

Sea x la edad actual del hijo

Edad del hijo hace 6 años: x-6

$2x - 2(x - 6) = x$

$2x - 2x + 12 = x$

$x = 12\ es\ la\ edad\ actual\ del\ hijo$

Problema 43:

Hállese la edad de una persona, sabiendo que si se añade 7 a la cuarta parte de su edad es lo mismo que si se le quita 3 a los 2/3 de su edad.

Sea x la edad actual de la persona.

$\frac{x}{4} + 7 = \frac{2x}{3} - 3$

$MDC = 12$

$3x + 84 = 8x - 36$

$8x - 3x = 84 + 36$

$5x = 120$

$x = \frac{120}{5} = 24\ es\ la\ edad\ actual\ de\ la\ persona$

Problema 44:

Dentro de 10 años, María tendrá el doble de la edad que tenía hace quince años. ¿Cuál es la edad actual de María?

TIEMPO-----------PASADO--------PRESENTE---------FUTURO

María------------------(x-15)------------------x------------------(x+10)

$$(x+10)=2(x-15)$$

$$x+10=2x-30$$

$$2x-x=10+30$$

$$x=40\ años\ es\ la\ edad\ actual\ de\ María$$

Problema 45:

Cervantes nació en el siglo XVI y la suma de las cifras del año de su nacimiento es diecisiete. ¿En qué año nació el ilustre autor de D. Quijote de la Mancha sí la cifra de las unidades es tres unidades mayor que la de las decenas?

Como nació en el siglo XVI, el año será: 15xy, en el que x corresponde con las decenas, e y con las unidades.

$$1+5+x+y=17$$

$$x+y=17-6$$

$$x+y=11\ ecuación\ 1$$

Como sabemos que:

$$y=x+3\ \ ecuación\ 2$$

Sustituimos el valor de y de la ecuación 2 en la 1:

$$x+y=11\ \ ecuación\ 1$$

$$x+(x+3)=11$$

$$x+x+3\ =11$$

$$2x\ =11-3$$

$$2x\ =8$$

$$x = \frac{8}{2} = 4 \; es\ la\ cifra\ de\ las\ decenas$$

La cifra de las unidades será:

$$y = x + 3 \;\; ecuación\ 2$$

$$y = 4 + 3 = 7$$

El año en que nació Cervantes fue: 1547

<u>Problema 46:</u>

Halla un número de dos cifras, tal que la cifra de las unidades es el triple de las decenas y si se intercambian las dos cifras el número aumenta en 54.

Sea xy el número pedido en el que la x corresponde a la cifra de las decenas, la cifra de las unidades están representadas por la y.

La cifra de las unidades es el triple de las decenas:

$$y = 3x \quad ecuación\ 1$$

Si se intercambian las dos cifras el número aumenta en 54

El número xy se puede expresar como: 10x+y; pero al intercambiarse las cifras, es decir, 10y+x:

$$10y + x = 10x + y + 54$$

$$10y - y = 10x - x + 54$$

$$9y = 9x + 54$$

Simplificando por 9:

$$y = x + 6 \quad ecuación\ 2$$

Sustituyendo el valor de y de la ecuación 1 en la 2:

$$3x = x + 6$$

$$3x - x = 6$$

$$2x = 6$$

$x = \frac{6}{2} = 3 \; es \; la \; cifra \; de \; las \; decenas$

La cifra de las unidades es:

$y = 3x \quad ecuación \; 1$

$y = 3 \cdot 3 = 9$

El número pedido es: xy= 39

Problema 47:

¿Cuántos litros de un líquido que tiene 74% de alcohol se debe mezclar con 5 litros de otro que tiene 90% de alcohol, si se desea obtener una mezcla de 84% de alcohol?

	Litros	%	Valor
Alcohol 1	x	0,74	0,74x
Alcohol 2	5	0,90	4,5
Mezcla	y	0,84	0,84y

Luego:

$x + 5 = y \;\; ecuación \; 1$

$0{,}74x + 4{,}5 = 0{,}84y \;\; ecuación \; 2$

Sustituyendo el valor de y de la ecuación 1 en la 2

$0{,}74x + 4{,}5 = 0{,}84(x + 5)$

$0{,}74x + 4{,}5 = 0{,}84x + 4{,}2$

$0{,}84x - 0{,}74x = 4{,}5 - 4{,}2$

$0{,}1x = 0{,}3$

$x = \frac{0{,}3}{0{,}1} = 3 \; litros \; de \; alcohol \; al \; 74\%$

Problema 48:

En unas pruebas son eliminados en el 1º ejercicio el 20% de los presentados, y en el oral, la cuarta parte de los que quedaron. Si aprueban 120 alumnos. ¿Cuántos alumnos se presentaron?, y ¿cuál es el tanto por ciento de aprobados?

Sea x el número de alumnos que se presentaron.

	1er ejercicio	Eliminados	Quedan
Se presentan	x	0,20x	x-0,2x= 0,8x

	2º ejercicio	Eliminados	Quedan
Se presentan	0,8x	(¼)·0,8x= 0,2	0,8x-0,2x= 0,6x

Luego,

$$0{,}6x = 120$$

$$x = \frac{120}{0{,}6} = 200 \ \ alumnos\ se\ presentaron$$

Porcentaje de aprobados:

Si 200 alumnos es el 100%

120 alumnos serán y%

$$y = \frac{120 \cdot 100}{200} = 60\%\ de\ alumnos\ aprobaron$$

<u>Problema 49:</u>

Varias personas viajan en un coche que han alquilado por 342 €. Pero se les agregan 3 personas más lo cual hace bajar en 19 € a lo que antes debía pagar cada persona. ¿Cuántas personas iban al principio en el coche?

Sea x el número de personas que viajan en el coche.

Sea p el precio de un viaje por persona.

Luego:

$$p \cdot x = 342$$

$$p = \frac{342}{x} \ \ ecuación\ 1$$

Si se agregan 3 personas más x+3

Precio de viaje por persona: p-19

Luego,

$(p-19)\cdot(x+3)=342 \quad ecuación\ 2$

Sustituyendo el valor de p de la ecuación 1 en la 2:

$$\left(\frac{342}{x}-19\right)\cdot(x+3)=342 \quad ecuación\ 2$$

$$\left(\frac{342-19x}{x}\right)\cdot(x+3)=342$$

$$342x-19x^2+1026-57x=342x$$

$$19x^2+57x-\ 1026=0$$

$$x=\frac{-57\pm\sqrt{3249+77976}}{38}=\frac{-57\pm\sqrt{81225}}{38}$$

$$x=\ \frac{-57\pm 285}{38}=\ \frac{228}{38}=6$$

Al principio en el coche iban 6 personas.

Problema 50:

Dos números suman 38. Si el primero le dividimos entre 3 y el segundo entre 4, los cocientes se diferencian en 1. Halla el valor de dichos números.

Sean x e y los números pedidos.

Dos números suman 38:

$$x+y=38$$

$$x=38-y \quad ecuación\ 1$$

Si el primero le dividimos entre 3 y el segundo entre 4, los cocientes se diferencian en 1:

$$\frac{\mathrm{x}}{3}-\frac{\mathrm{y}}{4}=1\ ecuación\ 2$$

Sustituyendo el valor de x de la ecuación 1 en la 2:

$$\frac{(38-\mathrm{y})}{3}-\frac{\mathrm{y}}{4}=1\ ecuación\ 2$$

$$MDC=12$$

$$4(38-\mathrm{y})-3\mathrm{y}=12$$

$$152-4\mathrm{y}-3\mathrm{y}=12$$

$$7\mathrm{y}=152-12$$

$$7\mathrm{y}=140$$

$$\mathrm{y}=\frac{140}{7}=20\ es\ el\ segundo\ número\ pedido$$

El primer número pedido será:

$$x=38-y\ \ ecuación\ 1$$

$$x=38-20\ =18$$

<u>Problema 51:</u>

Una pluma y su carga cuestan juntas 6 €. La pluma cuesta 4 € más que la carga. ¿Cuánto cuesta la pluma y cuánto cuesta la carga?

Sea x el precio de la carga

El precio de la pluma será: x+4

$$x+(x+4)=6$$

$$x+x+4=6$$

$$2x=6-4$$

$$2x=2$$

$$\mathrm{x}=\frac{2}{2}=1\ €\ cuesta\ la\ carga$$

La pluma costará: x+4= 1+4= 5€

<u>Problema 52:</u>

Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

Precio litro de leche: x

Precio litro de aceite: 3x

Precio kilo de jamón: 4(3x)+4x= 16x

Luego,

$24x + 12 \cdot (3x) + 6 \cdot [4(3x) + 4x] = 156$

$24x + 36x + 6[12x + 4x] = 156$

$24x + 36x + 96x = 156$

$156x = 156$

$\mathrm{x} = \frac{156}{156} = 1\text{ €}\ \textit{cuesta el litro de leche}$

El litro de aceite cuesta: 3·1= 3€

El kilo de jamón cuesta: 16·1= 16€

<u>Problema 53:</u>

Para cubrir el suelo de una habitación, un solador dispone de dos tipos de baldosas; unas de 3 x 4 dm y otras de 2 x 5 dm. Eligiendo el tipo A, se necesitarán 40 baldosas menos que si elige las del tipo B. ¿Cuál es la superficie de la habitación?

Sea x el número de baldosas de 3x4

Sea y el número de baldosas de 2x5

Sabemos que:

$x + 40 = y \quad ecuación\ 1$

Hallamos la relación entre ambos tipos de baldosas, para ello:

Hacemos un croquis con las baldosas de 3x4

BALDOSA 1	BALDOSA 2	BALDOSA 3	BALDOSA 4	BALDOSA 5
BALDOSA 6	BALDOSA 7	BALDOSA 8	BALDOSA 9	BALDOSA 10

Luego 10 baldosas de 3x4 cubren una superficie de 120 dm^2

Por tanto:

Si 10 baldosas de 3x4 cubren 120 dm^2

x baldosas de 3x4 cubrirán una superficie S dm^2

Luego:

$$S = \frac{120\text{x}}{10} = 12x \;\; ecuación\ 2$$

Hacemos un croquis con las baldosas de 2x5

B-1	B-2	B-3	B-4	B-5	B-6
B-7	B-8	B-9	B-10	B-11	B-12

Luego 12 baldosas de 2x5 cubren una superficie de 120 dm^2

Por tanto:

Si 12 baldosas de 2x5 cubren 120 dm^2

y baldosas de 2x5cubrirán una superficie S dm^2

Luego:

$$S = \frac{120\text{y}}{12} = 10y \;\;\; ecuación\ 3$$

Así:

Igualando las ecuaciones 2 y 3:

$$12x = 10y$$

$$y = \frac{12\text{x}}{10} = \frac{6\text{x}}{5} \;\; ecuación\ 4$$

Sustituyendo el valor de y de la ecuación 4 en la 1:

$x + 40 = y \quad ecuación\ 1$

$x + 40 = \frac{6\text{x}}{5}$

$5x + 200 = 6\text{x}$

$6\text{x} - 5x = 200$

$\text{x} = 200\ baldosas\ de\ 3x4\ son\ las\ que\ se\ utilizan$

La superficie será:

$200x12 = \ 2400\ dm^2 = 24\ m^2$

Problema 54:

En un número de dos cifras, las decenas son el triple de las unidades, si se invierte el orden de las cifras, se obtiene otro número 54 unidades menor. Calcula el número inicial.

Sea xy el número pedido en el que las x corresponden a la cifra de las decenas, la y a la de las unidades.

Las decenas son el triple de las unidades:

$x = 3y \ \ ecuación\ 1$

Si se invierte el orden de las cifras, se obtiene otro número 54 unidades menor

El número xy puede expresarse: 10x+y.

El número yx puede representarse: 10y+x

Luego,

$10x + y = 10y + x + 54$

$10x - x = 10y - y + 54$

$9x = 9y + 54$

Simplificando por 9:

$x = y + 6 \ \ ecuación \ \ 2$

Sustituyendo el valor de x de la ecuación 1 en la 2,

$x = y + 6 \ \ ecuación \ \ 2$

$3y = y + 6$

$3y - y = 6$

$2y = 6$

$y = \frac{6}{2} = 3 \ es \ la \ cifra \ de \ las \ unidades$

La cifra de las decenas será:

$x = 3y \ \ ecuación \ 1$

$x = 3 \cdot 3 = 9$

El número pedido es: xy= 93

<u>Problema 55:</u>

Una fuente llena un depósito en 10 horas y otra en 15 horas. ¿Qué tardarían en llenarlo manando juntas ambas fuentes?

Fuente 1:

Si en 10 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$x = \frac{1}{10} \ \ de \ la \ c_t \ llena \ en \ 1 \ hora$

Fuente 2:

Si en 15 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará y de c_t

$y = \frac{1}{15} \ \ de \ la \ c_t \ llena \ en \ 1 \ hora$

Las dos fuentes juntas llenarán en 1 hora:

$$\mathrm{x} + \mathrm{y} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \; de\ la\ c_t$$

Luego,

Si en 1 hora llenan 1/6 de la c_t

En t horas llenarán la capacidad total del depósito (c_t)

$$\frac{\mathrm{t}}{6} = 1$$

$$\mathrm{t} = 6 \; horas\ tardan\ las\ dos\ fuentes\ juntas\ en\ llenar\ el\ depósito$$

Problema 56:

Un depósito se llena por un grifo en 8 horas y por otro en 2 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse abriendo los dos grifos a la vez?

Grifo 1:

Si en 8 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$$\mathrm{x} = \frac{1}{8} \; de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Grifo 2:

Si en 2 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará y de c_t

$$\mathrm{y} = \frac{1}{2} \; de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Los dos grifos juntos llenarán en 1 hora:

$$\mathrm{x} + \mathrm{y} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{1+4}{8} = \frac{5}{8} \; de\ la\ c_t$$

Luego,

Si en 1 hora llenan 5/8 de la c_t

En t horas llenarán la capacidad total del depósito (c_t)

$$\frac{5t}{8} = 1$$

$$t = \frac{8}{5} = 1{,}6 \ horas\ tardan\ los\ dos\ grifos\ juntos\ en\ llenar\ el\ depósito$$

Problema 57:

Un grifo llena un depósito en 2 horas, y otro grifo lo llena en 3 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse el depósito si se abren ambos grifos a la vez?

Grifo 1:

Si en 2 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$$x = \frac{1}{2}\ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Grifo 2:

Si en 3 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará y de c_t

$$y = \frac{1}{3}\ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Los dos grifos juntos llenarán en 1 hora:

$$x + y = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}\ de\ la\ c_t$$

Luego,

Si en 1 hora llenan 5/6 de la c_t

En t horas llenarán la capacidad total del depósito (c_t)

$$\frac{5t}{6} = 1$$

$$t = \frac{6}{5} = 1{,}2\ horas\ tardan\ los\ dos\ grifos\ juntos\ en\ llenar\ el\ depósito$$

Problema 58:

Un grifo puede llenar un depósito en 10 horas, otro grifo en 20 h. y un desagüe puede vaciarlo en 15 h. ¿En cuánto tiempo se llenará el depósito si estando vacío y abierto el desagüe se abren los dos grifos?

Grifo 1:

Si en 10 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$$\mathrm{x} = \frac{1}{10}\ \ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Grifo 2:

Si en 20 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará y de c_t

$$\mathrm{y} = \frac{1}{20}\ \ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

El desagüe:

Si en 15 horas vacía la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora vaciará z de c_t

$$\mathrm{z} = \frac{1}{15}\ \ de\ la\ c_t\ vacía\ en\ 1\ hora$$

Los dos grifos y el desagüe juntos llenarán en 1 hora:

$$\mathrm{x} + \mathrm{y} - \mathrm{z} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} - \frac{1}{15} = \frac{6+3-4}{60} = \frac{5}{60}\ de\ la\ c_t$$

Luego,

Si en 1 hora llenan 5/60 de la c_t

En t horas llenarán la capacidad total del depósito (c_t)

$$\frac{5\mathrm{t}}{60} = 1$$

$$t = \frac{60}{5} = 12\ h\ tardan\ los\ dos\ grifos\ \ y\ el\ desag\text{ü}e\ en\ llenar\ el\ dep\acute{o}sito$$

Problema 59:

Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B. ¿Cuántas horas tarda a cada uno separadamente?

Caño A:

Si en t-3 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$$x = \frac{1}{t-3}\ \ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Caño B:

Si en t horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará y de c_t

$$y = \frac{1}{t}\ \ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

En 2 horas los dos caños juntos llenan la c_t

En 1 hora llenará z de la c_t

$$z = \frac{1}{2}\ \ de\ la\ c_t\ llenan\ en\ 1\ hora$$

Luego en 1 hora

$$x + y = z$$

$$\frac{1}{t-3} + \frac{1}{t} = \frac{1}{2}$$

$$2t + 2(t-3) = t \cdot (t-3)$$

$$2t + 2t - 6 = t^2 - 3t$$

$$t^2 - 7t + 6 = 0$$

$$t = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$t_2 = \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \; soluci\acute{o}n\ no\ v\acute{a}lida$$

Luego,

El caño 1 tarde en llenar el depósito: t-3= 6-3= 3 horas

El caño 2 tarda en llenar el depósito: t= 6 horas

Problema 60:

Un grifo A llena un depósito de agua en 4 horas y otro grifo B lo llena en 6 horas. El depósito tiene un desagüe que lo vacía en 12 horas estando los grifos cerrados. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar el depósito estando el desagüe abierto?

Grifo A:

Si en 4 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$$\mathrm{x} = \frac{1}{4} \;\; de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Grifo B:

Si en 6 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará y de c_t

$$\mathrm{y} = \frac{1}{6} \;\; de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

El desagüe:

Si en 12 horas vacía la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora vaciará z de c_t

$z = \frac{1}{12}$ $de\ la\ c_t\ vacía\ en\ 1\ hora$

Los dos grifos y el desagüe juntos llenarán en 1 hora:

$$x + y - z = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{3 + 2 - 1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}\ de\ la\ c_t$$

Luego,

Si en 1 hora llenan 1/3 de la c_t

En t horas llenarán la capacidad total del depósito (c_t)

$$\frac{t}{3} = 1$$

$$t = 3\ horas\ tardan\ los\ dos\ grifos\ \ y\ el\ desagüe\ en\ llenar\ el\ depósito$$

Problema 61:

Un vendedor ambulante, lleva un cierto número de relojes, por los que piensa sacar 200 €. Pero comprueba que dos de ellas están rotos. Aumentando el precio de los restantes en 5€ cada uno, consigue recaudar la misma cantidad. ¿Cuántos relojes llevaba?

Sea x el número de relojes que llevaba inicialmente

Sea p el precio de cada reloj

$$p \cdot x = 200$$

$$p = \frac{200}{x}\ ecuación\ 1$$

Dos relojes están rotos: x-2

Aumenta el precio en 5€ al resto.

Luego,

$$(p + 5) \cdot (x - 2) = 200\ \ ecuación\ \ 2$$

Sustituyendo el valor de p de la ecuación 1 en la 2, tenemos:

$$\left(\frac{200}{x} + 5\right) \cdot (x - 2) = 200$$

$\left(\frac{200+5x}{\mathrm{x}}\right)\cdot(\mathrm{x}-2)=200$

$200x+5x^2-400-10x=200x$

$5x^2-10x-400=0$

Simplificando por 5:

$x^2-2x-80=0$

$x=\frac{2\pm\sqrt{4+320}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{324}}{2}=\frac{2\pm 18}{2}$

$x_1=\frac{2+18}{2}=\frac{20}{2}=10$

$x_2=\frac{2-18}{2}=\frac{-16}{2}=-8\ \textit{solución no válida}$

Luego el vendedor ambulante tenía inicialmente 10 relojes.

Problema 62:

Manando juntos dos grifos llenan un depósito en 4 horas. ¿Cuánto tardarán en llenarlo cada uno separadamente si el primer grifo invierte doble tiempo que el segundo?

Grifo 1:

Si en 2t horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$\mathrm{x}=\frac{1}{2\mathrm{t}}\ \textit{de la } c_t \textit{ llena en } 1 \textit{ hora}$

Grifo 2:

Si en t horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará y de c_t

$\mathrm{y}=\frac{1}{\mathrm{t}}\ \textit{de la } c_t \textit{ llena en } 1 \textit{ hora}$

En 4 horas los dos grifos juntos llenan la c_t

En 1 hora llenará z de la c_t

$$z = \frac{1}{4} \ de\ la\ c_t\ llenan\ en\ 1\ hora$$

Luego en 1 hora

$$x + y = z$$

$$\frac{1}{2t} + \frac{1}{t} = \frac{1}{4}$$

$$2 + 4 = t$$

$$t = 6 \text{ horas tarda el 2º grifo en llenar el depósito}$$

El 1er grifo tardará: 2t= 2·6= 12 horas

Problema 63:

Un baño tiene dos grifos. Uno lo llena en 3 horas, y el otro en 5 horas. Se deja abierto el primero durante 4/3 horas; después el segundo durante 3/4 de hora, y en seguida se dejan los dos abiertos. ¿Cuánto tiempo se tardará en acabar de llenar el baño?

Grifo 1:

Si en 3 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará x de c_t

$$x = \frac{1}{3} \ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Como se deja abierto 4/3 de hora, se llenará:

Si en 1 hora llena 1/3 de la c_t

En 4/3 de hora llenará y de la c_t

$$y = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{9} \ de\ la\ c_t$$

Grifo 2:

Si en 5 horas llena la capacidad total del depósito (c_t)

En 1 hora llenará z de c_t

$$z = \frac{1}{5}\ de\ la\ c_t\ llena\ en\ 1\ hora$$

Como se deja abierto 3/4 de hora, se llenará:

Si en 1 hora llena 1/5 de la c_t

En 3/4 de hora llenará u de la c_t

$$u = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}\ de\ la\ c_t$$

Luego, los dos grifos han llenado:

$$y + u = \frac{4}{9} + \frac{3}{20} = \frac{80 + 27}{180} = \frac{107}{180}\ de\ la\ c_t$$

Queda por llenar cuando se abren los dos a la vez:

$$1 - \frac{107}{180} = \frac{180 - 107}{180} = \frac{73}{180}\ de\ la\ c_t$$

Los grifos juntos llenan en 1 hora:

$$x + z = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5 + 3}{15} = \frac{8}{15}$$

Por tanto:

Si en 1 hora llenan 8/15 del depósito

En t horas llenarán 73/180 de la ct

$$\frac{8t}{15} = \frac{73}{180}$$

$$t = \frac{15 \cdot 73}{180 \cdot 8} = \frac{1095}{1440} = 0{,}760416 = 45{,}625' = 45'\,37'',5$$

<u>Problema 64:</u>

Si se añade 49 al cuadrado de cierto número natural, dicha suma es igual al cuadrado de 11 más dicho número. ¿De qué número se trata?

Sea x el número pedido

$x^2 + 49 = 11^2 + x$

$x^2 - x + 49 - 121 = 0$

$x^2 - x - 72 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 288}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{1 \pm 17}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 17}{2} = 9 \; es\; el\; número\; pedido$$

$$x_2 = \frac{1 - 17}{2} = -8 \;\; solución\; no\; válida$$

Problema 65:

Si el lado de un cuadrado aumenta 3 cm, su superficie aumenta en 81 cm^2. Halla el lado del cuadrado.

Sea x el lado del cuadrado

Sea “A” el área del cuadrado.

$A = x^2$

Aumento del lado en 3 cm: x+3

$x^2 + 81 = (x + 3)^2$

$x^2 + 81 = x^2 + 9 + 6x$

$6x = 81 - 9$

$6x = 72$

$$x = \frac{72}{6} = 12 \; cm\; es\; la\; longitud\; del\; lado\; del\; cuadrado$$

Problema 66:

Calcula el radio de un círculo sabiendo que si aumentamos el radio en 4 cm se cuadruplica su área.

Sea r el radio del círculo.

Sabemos que el área del círculo: $A = \pi \cdot r^2$

$A = \pi \cdot r^2$

$4\,\pi \cdot r^2 = \pi \cdot (r+4)^2$

$4r^2 = r^2 + 16 + 8r$

$3r^2 - 8r - 16 = 0$

$$r = \frac{8 \pm \sqrt{64+192}}{6} = \frac{8 \pm \sqrt{256}}{6} = \frac{8 \pm 16}{6}$$

$$r_1 = \frac{8+16}{6} = 4 \; es\; el\; radio\; del\; círculo$$

$$r_2 = \frac{8-16}{2} = -4 \;\; solución\; no\; válida$$

Problema 67:

La suma de un número y su cuadrado es 30. Hallar dicho número.

Sea x el número pedido.

$x^2 + x = 30$

$x^2 + x - 30 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+120}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-1 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+11}{2} = 5 \; es\; el\; número\; pedido$$

$$x_2 = \frac{-1-11}{2} = -6 \;\; solución\; no\; válida$$

Problema 68:

La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 4141. ¿Cuáles son esos números?

Sea x el primer número pedido

Sea x+1 el siguiente número pedido

$x^2 + (x+1)^2 = 4141$

$x^2 + x^2 + 1 + 2x = 4141$

$2x^2 + 2x + 1 - 4141 = 0$

$2x^2 + 2x - 4140 = 0$

Dividiendo por 2:

$x^2 + x - 2070 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8280}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{8281}}{2} = \frac{-1 \pm 91}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 91}{2} = 45 \; es\; el\; número\; pedido$$

$$x_2 = \frac{-1 - 91}{2} = -46 \;\; solución\; no\; válida$$

Los números pedidos son:

x= 45

x+1= 45+1= 46

<u>Problema 69:</u>

Los lados de un triángulo miden 5, 6 y 7 cm. Determina qué cantidad igual se debe restar a cada uno para que resulte un triángulo rectángulo.

Sea x la cantidad a restar a cada lado.

7-x; 6-x, 5-x

Luego, aplicando el teorema de Pitágoras:

$(7 - x)^2 = (6 - x)^2 + (5 - x)^2$

$49 + x^2 - 14x = 36 + x^2 - 12x + 25 + x^2 - 10x$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 48}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{8 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{8 + 4}{2} = 6 \;\; solución\; no\; válida$$

$x_2 = \dfrac{8-4}{2} = 2\ cm\ es\ la\ cantidad\ a\ restar\ a\ cada\ lado$

Problema 70:

La diagonal de un rectángulo mide 30 cm y las dimensiones de los lados son proporcionales a 3 y 4. Halla los lados.

Sean x e y los lados del rectángulo. Luego,

$x = 3k$

$y = 4k$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$30^2 = (3k)^2 + (4k)^2$

$900 = 9k^2 + 16k^2$

$25k^2 = 900$

$k^2 = \dfrac{900}{25} = 36$

$\mathrm{k} = \sqrt{36} = 6$

Luego, los lados miden:

$x = 3k = 3 \cdot 6 = 18\ cm$

$y = 4k = 4 \cdot 6 = 24\ cm$

Problema 71:

Las dimensiones de un ortoedro son proporcionales a 3, 4 y 5. Halla estas dimensiones sabiendo que el volumen del ortoedro es 480 cm^3.

Sabemos que el volumen de un ortoedro es:

V= x·y·z

Como son proporcionales a 3, 4 y 5

$x = 3k$

$y = 4k$

$z = 5k$

$480 = 3k \cdot 4k \cdot 5k = 60k^3$

Luego,

$k^3 = \frac{480}{60} = 8$

$\mathrm{k} = \sqrt[3]{8} = 2$

Por tanto, sus dimensiones son:

$x = 3k = 3 \cdot 2 = 6\ cm$

$y = 4k = 4 \cdot 2 = 8\ cm$

$z = 5k = 5 \cdot 2 = 10\ cm$

<u>Problema 72:</u>

En un triángulo rectángulo el cateto mayor mide 3 metros menos que la hipotenusa y 3 metros más que el otro. Hallar los lados y el área del triángulo.

Sea x el valor de la hipotenusa

El cateto mayor valdrá: x-3

El cateto menor valdrá: x-6

Por tanto, aplicando el teorema de Pitágoras:

$x^2 = (x-3)^2 + (x-6)^2$

$x^2 = x^2 + 9 - 6x + x^2 + 36 - 12x$

$x^2 - 18x + 45 = 0$

$x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 180}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{18 \pm 12}{2}$

$x_1 = \frac{18 + 12}{2} = 15$

$x_2 = \frac{18 - 12}{2} = 3\ solución\ no\ válida$

Los lados son:

Hipotenusa: x= 15 m

Cateto mayor: x-3= 15-3= 12 m

Cateto menor: x-6= 15-6= 9 m

Área:

$$A = \frac{\mathrm{b} \cdot \mathrm{h}}{2} = \frac{12 \cdot 9}{2} = \ 54\, m^2$$

<u>Problema 73:</u>

Un lado de un rectángulo mide 10 cm más que el otro. Sabiendo que el área del rectángulo es de 200 cm^2, hallar las dimensiones.

Sea x el lado menor del rectángulo.

El lado mayor será: x+10

Sabemos que:

$$A = \ \mathrm{b} \cdot \mathrm{h}$$

$$200 = \ \mathrm{x} \cdot (\mathrm{x} + 10)$$

$$200 = x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x - 200 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 800}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{900}}{2} = \frac{-10 \pm 30}{2}$$

$$x_1 = \frac{-10 + 30}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-10 - 30}{2} = -20\ solución\ no\ válida$$

El lado menor del rectángulo es: x= 10

El lado mayor del rectángulo es: x+10= 10 +10= 20

<u>Problema 74:</u>

Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida en centímetros tres números enteros consecutivos. Halla dichos números.

Sea x el 1er número consecutivo correspondiente a un lado.

El siguiente consecutivo será: x+1 correspondiente al 2º lado

El siguiente consecutivo será: (x+1)+1= x+2 correspondiente al 3er lado.

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$(x+2)^2 = (x+1)^2 + x^2$$

$$x^2 + 4 + 4x = x^2 + 1 + 2x + x^2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2-4}{2} = -2 \; solución \; no \; válida$$

Los lados del triángulo son:

Cateto menor: x= 3 cm

Cateto mayor: x+1= 3+1= 4 cm

Hipotenusa: x+2= 3+2= 5 cm

Problema 75:

Un triángulo rectángulo tiene de hipotenusa 10 cm. Hallar los catetos sabiendo que su diferencia es de 2 cm.

Cateto menor: x

Cateto mayor: x+2

Hipotenusa: 10

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$10^2 = (x + 2)^2 + x^2$

$100 = x^2 + 4x + 4 + x^2$

$2x^2 + 4x + 4 - 100 = 0$

$2x^2 + 4x - 96 = 0$

Simplificando por 2:

$x^2 + 2x - 48 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 14}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{-2 - 14}{2} = -8 \; solución \; no \; válida$$

Cateto menor: x= 6

Cateto mayor: x+2= 6+2= 8

Hipotenusa: 10

<u>Problema 76:</u>

Un campo rectangular tiene 80 m^2 de superficie y 2 metros de longitud más que de anchura. Halla las dimensiones.

Anchura del campo rectangular: x

Longitud del campo rectangular: x+2

Área: 80 m^2

Sabemos que:

$A = a \cdot l$

$80 = x \cdot (x + 2)$

$80 = x^2 + 2x$

$x^2 + 2x - 80 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 320}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-2 \pm 18}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 18}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{-2 - 18}{2} = -10 \; solución\ no\ válida$$

Anchura del campo rectangular: x= 8

Longitud del campo rectangular: x+2= 8+2= 10

<u>Problema 77:</u>

Tres tubos, A, B y C, pueden echar agua en una cisterna o sacarla de ella. Si A y B la echan y C la saca, la cisterna se llena en tres horas. Si A y C la echan y B la saca, la cisterna se llena en 2 horas. Si los tres tubos la echan juntos, la cisterna se llena en 1 hora. ¿Cuánto tiempo empleará cada tubo en llenarla solo?

Sea 1/x la cantidad de cisterna que llena en 1 hora el tubo A

Sea 1/y la cantidad de cisterna que llena o vacía en 1 hora el tubo B

Sea 1/z la cantidad de cisterna que llena o vacía en 1 hora el tubo C

Así, el tubo A y el tubo B echan agua, y el tubo C la saca en una hora llenando 1/3:

Luego,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \quad ecuación\ 1$$

Así, el tubo A y el tubo C echan agua, y el tubo B la saca en una hora llenando 1/2:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \quad ecuación\ 2$$

Así, el tubo A, el B y el C echan agua en una hora llenando 1/1:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \quad ecuación\ 3$$

De la ecuación 1 y 3 tenemos:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}= \frac{1}{3}\ ; \qquad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}= \frac{1}{3}+\frac{1}{z}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}= 1; \qquad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}= 1-\frac{1}{z}$$

Luego:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{z}= 1-\frac{1}{z}$$

$$\frac{1}{z}+\frac{1}{z}= 1-\frac{1}{3}= \frac{3-1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{z}= \frac{2}{3}$$

$\mathbf{z}= \mathbf{3}$ horas tarda el tubo C en llenar la cisterna

Sustituimos z por su valor en la ecuación 2 y 3:

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}+\frac{1}{3}= \frac{1}{2}\ ; \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}= \frac{3-2}{6}=\frac{1}{6}; \qquad \frac{1}{x}-\frac{1}{y}= \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{3}= 1; \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}= 1-\frac{1}{3}= \frac{3-1}{3}= \frac{2}{3}; \qquad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}= \frac{2}{3}$$

Sumando ambas ecuaciones tenemos:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{1}{6}+ \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{x}=\frac{1+4}{6}=\frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{x}=\frac{5}{6}$$

$$x=\frac{12}{5}=\mathbf{2,4\ horas\ tarda\ el\ tubo\ A\ en\ llenar\ la\ cisterna}$$

Sustituimos x por su valor:

$$\frac{1}{\frac{12}{5}}+\frac{1}{y}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{12}+\frac{1}{y}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{y}=\frac{2}{3}-\frac{5}{12}=\frac{8-5}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$$y=4\ \textbf{horas tarda el tubo B en llenar la cisterna}$$

Comentario: el resultado que da en la hoja de problemas es incompleto porque cada tubo tarda un tiempo distinto en llenar la cisterna. Así:

Tubo A tarda: 2,4 horas

Tubo B tarda: 4 horas (coincide con el resultado que da la hoja de enunciados)

Tubo C tarda: 3 horas

Problema 78:

Hallar el perímetro de un cuadrado sabiendo que el área es 64 m^2.

Sabemos que el área del cuadrado es l^2.

$$A=l^2$$

$$64=l^2$$

$$l=\sqrt{64}$$

$$l=8\,m$$

El perímetro del cuadrado será: p= 4l= 4·8= 32 m

Problema 79:

Si aumentamos el lado de un cuadrado en 2 m, su superficie aumenta en 16 m^2. Calcula lo que medía inicialmente el lado del cuadrado.

Área inicial:

$A = l^2$

Área final:

$A + 16 = (l + 2)^2$

$l^2 + 16 = l^2 + 4 + 4l$

$16 - 4 = 4l$

$4l = 12$

$l = \dfrac{12}{4} = 3$ m mide el lado

<u>Problema 80:</u>

Un campo de baloncesto tiene 1.000 m^2 de área. Halla sus dimensiones, sabiendo que mide 30 m más de largo que de ancho.

Anchura: x

Longitud: x+30

Área: 1000 m^2

Sabemos que:

$A = a \cdot l$

$1000 = x \cdot (x + 30)$

$1000 = x^2 + 30x$

$x^2 + 30x - 1000 = 0$

$$x = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 4000}}{2} = \frac{-30 \pm \sqrt{4900}}{2} = \frac{-30 \pm 70}{2}$$

$$x_1 = \frac{-30 + 70}{2} = 20$$

$$x_2 = \frac{-30 - 70}{2} = -50 \; solución \; no \; válida$$

Anchura: x= 20

Longitud: x+30= 20+30= 50

Problema 81:

Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es 26/5.

Sea x el número pedido.

Su inverso será: 1/x

Luego:

$$x+\frac{1}{\mathrm{x}}=\frac{26}{5}$$

$$5x^2+5=26x$$

$$5x^2-26x+5=0$$

$$x=\frac{26\pm\sqrt{676-100}}{10}=\frac{26\pm\sqrt{576}}{10}=\frac{26\pm 24}{10}$$

$$x_1=\frac{26+24}{10}=5$$

$$x_2=\frac{26-24}{10}=\frac{1}{5}\ \textit{solución no válida}$$

Problema 82:

Determinar k de modo que las dos raíces de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales.

$$x=\frac{\mathrm{k}\pm\sqrt{k^2-144}}{2}$$

Las raíces serán:

$$x_1=\frac{\mathrm{k}+\sqrt{k^2-144}}{2}$$

$$x_2=\frac{\mathrm{k}-\sqrt{k^2-144}}{2}$$

Como deben ser iguales,

$$\frac{\mathrm{k}+\sqrt{k^2-144}}{2}=\frac{\mathrm{k}-\sqrt{k^2-144}}{2}$$

$$\mathrm{k}+\sqrt{k^2-144}=\mathrm{k}-\sqrt{k^2-144}$$

$$\sqrt{k^2-144}+\sqrt{k^2-144}=0$$

$$2\sqrt{k^2-144}=0$$

Dividiendo entre 2 ambos términos de la ecuación

$$\sqrt{k^2-144}=0$$

Elevando al cuadrado ambos términos de la ecuación

$$(\sqrt{k^2-144})^2=0$$

$$k^2-144=0$$

$$k^2=144$$

$$k=\sqrt{144}=\pm 12$$

<u>Problema 83:</u>

Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

1 hora y 20 minutos en horas es: 1,333… horas

Caño A:

Si en x horas llena la capacidad del depósito (ct)

En 1 hora llenará a de la capacidad del depósito (ct)

$$a=\frac{1}{\mathrm{x}}\ de\ la\ ct$$

Caño B:

Si en x+2 horas llena la capacidad del depósito (ct)

En 1 hora llenará b de la capacidad del depósito (ct)

$$b = \frac{1}{\mathrm{x}+2}\ de\ la\ ct$$

Caño A y caño B juntos:

Si en 1,333 horas llena la capacidad del depósito (ct)

En 1 hora llenará c de la capacidad del depósito (ct)

$$c = \frac{1}{1{,}333}\ de\ la\ ct = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

Luego, en 1 hora llenan los dos juntos:

$$a + b = c$$

$$\frac{1}{\mathrm{x}} + \frac{1}{\mathrm{x}+2} = \frac{3}{4}$$

$$4(\mathrm{x}+2) + 4\mathrm{x} = 3\mathrm{x}(\mathrm{x}+2)$$

$$4\mathrm{x} + 8 + 4\mathrm{x} = 3x^2 + 6\mathrm{x}$$

$$3x^2 - 2\mathrm{x} - 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+96}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{2 \pm 10}{6}$$

$$x_1 = \frac{2+10}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{2-10}{6} = -\frac{4}{3}\ soluci\acute{o}n\ no\ v\acute{a}lida$$

Luego,

Caño A tarda: x= 2 horas

Caño B tarda: x+2= 2+2= 4 horas

Problema 84:

La edad actual de una madre es el cuadrado de la que tendrá su hija dentro de dos años, momento en el que la edad de la hija será la sexta parte de la edad que tiene actualmente la madre. Calcula la edad de ambas.

TIEMPO---------------------PRESENTE----------------FUTURO

Hija--------------------------------x----------------------------(x+2)

Madre---------------------------$(x+2)^2$------------------------$(x+2)^2+2$

$$\mathrm{x} + 2 = \frac{(x+2)^2}{6}$$

$$6\mathrm{x} + 12 = x^2 + 4 + 4\mathrm{x}$$

$$x^2 - 2\mathrm{x} - 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4 \; edad\ de\ la\ hija$$

$$x_2 = \frac{2-6}{2} = -2 \; solución\ no\ válida$$

La edad de la madre será: $(x+2)^2 = (4+2)^2 = 36$ años

Problema 85:

Si a un número positivo se le resta 3, y también se le añade 3, el producto de estos resultados es 72. Hallar dicho número.

Sea x el número pedido.

Se le resta tres: x-3

Se le añade tres: x+3

$$(\mathrm{x} - 3)(\mathrm{x} + 3) = 72$$

$$x^2 - 9 = 72$$

$$x^2 - 9 = 72 + 9 = 81$$

$$x = \sqrt{81} = 9 \; (nos\ dice\ el\ enunciado\ número\ positivo)$$

Problema 86:

Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma un cuadrado de x baldosas de lado, sobran 87 y si se toman x+1 baldosas de lado, faltan 40. ¿Cuántas baldosas hay en el lote?

El lote está formado por: x^2+87 o por $(x+1)^2-40$

$$x^2+87=(x+1)^2-40$$

$$x^2-87=x^2+1+2x-40$$

$$87=2x-39$$

$$2\mathrm{x}=87+39=126$$

$$\mathrm{x}=\frac{126}{2}=63$$

En el lote habrá:

$$x^2+87=63^2+87=\ 3969+87=4056\ baldosas\ hay\ en\ el\ lote$$

Problema 87:

Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.

TIEMPO-------------PASADO------------PRESENTE--------FUTURO

Pedro-------------------$(x-13)^2/2$------------------x-----------------(x+11)

$$\frac{(x-13)^2}{2}=(x+11)$$

$$x^2+169-26\mathrm{x}=2x+22$$

$$x^2-28\mathrm{x}+147=0$$

$$x=\frac{28\pm\sqrt{784-588}}{2}=\frac{28\pm\sqrt{196}}{2}=\frac{28\pm 14}{2}$$

$$x_1=\frac{28+14}{2}=21\ edad\ de\ Pedro$$

$$x_2=\frac{28-14}{2}=7\ solución\ no\ válida$$

Problema 88:

Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.

Primer rectángulo:

Longitud: x

Anchura: y

Diagonal es la hipotenusa del triángulo rectángulo

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$75^2 = x^2 + y^2 \ \ ecuación\ 1$

Como nos dice el enunciado que el primer rectángulo es semejante al segundo rectángulo:

Longitud: x= 36k

Anchura: y= 48k,

Luego, de la ecuación 1 deducimos que:

$75^2 = (36k)^2 + (48k)^2$

$5625 = 1296k^2 + 2304k^2$

$3600k^2 = 5625$

$k^2 = \frac{5625}{3600} = 21\ edad\ de\ Pedro$

$k = \sqrt{\frac{5625}{3600}} = \frac{5}{4}$

Luego, las dimensiones del primer rectángulo serán:

Longitud: x= 36k= 36·5/4= 45 metros

Anchura: y= 48k= 48·5/4= 60 metros

<u>Problema 89:</u>

El producto de dos números negativos es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

Primer número: -x

Segundo número: -y

El producto de dos números negativos es 4

$(-x)(-y) = 4$

$x \cdot y = 4$

$x = \frac{4}{y}\ ecuación\ 1$

La suma de sus cuadrados 17

$(-x)^2 + (-y)^2 = 17$

$x^2 + y^2 = 17\ \ ecuación\ 2$

Sustituyendo el valor dx de la ecuación 1 en la 2:

$(\frac{4}{y})^2 + y^2 = 17\ \ ecuación\ 2$

$16 + y^4 = 17y^2$

$y^4 - 17y^2 + 16 = 0$

Hacemos el cambio de variable:

$y^2 = t$

$y^4 = \ t^2$

$t^2 - 17t + 16 = 0$

$t = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{17 \pm 15}{2}$

$t_1 = \ \frac{17 + 15}{2} = 16$

$t_2 = \ \frac{17 - 15}{2} = 1$

Luego:

Para t_1= 16

$y^2 = t$

$y^2 = 16$

$y = \sqrt{16} = \pm 4$

Para t_2= 1

$y^2 = t$

$y^2 = 16$

$y = \sqrt{1} = \pm 1$

Al pedir números negativos, éstos serán:

x= -4

y= -1

Problema 90:

La edad de un niño será dentro de tres años un cuadrado perfecto y hace tres años su edad era precisamente la raíz cuadrada de este cuadrado. Halla la edad del niño.

Sea x la edad del niño.

TIEMPO------------PASADO----------PRESENTE----------FUTURO

Niño--------------------(x-3)-----------------(x)--------------------(x+3)

$x - 3 = \sqrt{(\mathrm{x} + 3)}$

$(x - 3)^2 = \mathrm{x} + 3$

$x^2 + 9 - 6x = x + 3$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

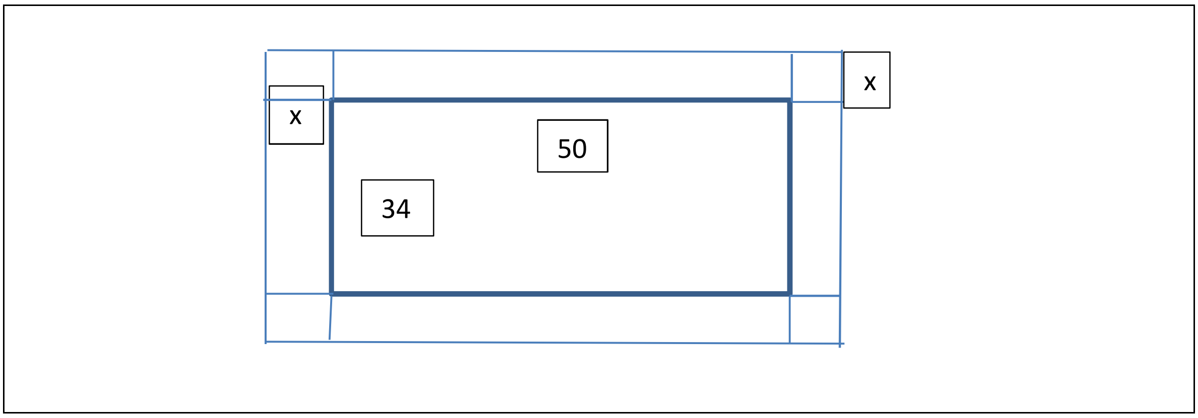
$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{7+5}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{7-5}{2} = 1 \text{ solución no válida}$$

Problema 91:

Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es de 540 m².



Sea x la anchura del camino. Hay que tener en cuenta que en las esquinas exteriores se forma un cuadrado de lado x que es la anchura del camino.

Por otra parte, en la parte superior e inferior se forma rectángulo de longitud: 50+2x, y de anchura x. Así, su área será: (50+2x)·2x

Por otra parte, en el sentido vertical (a izquierda y derecha) se forma rectángulo de longitud x: y de anchura 34x. Así, su área será: 34x·2

Esta suma es igual al área del camino: 540 m².

Luego,

$$(50 + 2x) \cdot 2x + 2 \cdot 34x = 540$$

$$100x + 4x^2 + 68x - 540 = 0$$

$$4x^2 + 168x - 540 = 0$$

Dividiendo entre 4:

$x^2 + 42x - 135 = 0$

$$x = \frac{-42 \pm \sqrt{1764 + 540}}{2} = \frac{-42 \pm \sqrt{2304}}{2} = \frac{-42 \pm 48}{2}$$

$$x_1 = \frac{-42 + 48}{2} = 3\ metros\ es\ la\ anchura\ del\ camino$$

$$x_2 = \frac{-42 - 48}{2} = -45 \text{ solución no válida}$$

Problema 92:

Halla cinco números consecutivos tales que la suma de los cuadrados de los tres menores sea igual a la suma de los cuadrados de los dos mayores.

Primer número: x

Segundo número: x+1

Tercer número: (x+1)+1= x+2

Cuarto número: (x+2)+1= x+3

Quinto número (x+3)+1= x+4

Luego:

$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = (x+3)^2 + (x+4)^2$

$x^2 + (x^2 + 1 + 2x) + (x^2 + 4 + 4x) = (x^2 + 9 + 6x) + (x^2 + 16 + 8x)$

$x^2 + x^2 + 1 + 2x + x^2 + 4 + 4x = x^2 + 9 + 6x + x^2 + 16 + 8x$

$3x^2 + 6x + 5 = 2x^2 + 14x + 25$

$3x^2 + 6x + 5 - 2x^2 - 14x - 25 = 0$

$x^2 - 8x - 20 = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 80}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{8 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{8 + 12}{2} = 10\ es\ el\ primer\ número\ pedido$$

$$x_2 = \frac{8-12}{2} = -2 \text{ solución no válida}$$

Luego, los números serán:

Primer número: x= 10

Segundo número: x+1= 10+1= 11

Tercer número: (x+1)+1= x+2= 10+2= 12

Cuarto número: (x+2)+1= x+3= 10+3= 13

Quinto número (x+3)+1= x+4= 10+4= 14

Problema 93:

Halla una fracción equivalente a 5/7 cuyos términos elevados al cuadrado sumen 1184.

Sea x el número por el que hay que multiplicar numerador y denominador de la fracción para que sea equivalente a 5/7:

$$(5x)^2 + (7x)^2 = 1184$$

$$25x^2 + 49x^2 = 1184$$

$$74x^2 = 1184$$

$$x^2 = \frac{1184}{74} = 16$$

$$x = \sqrt{16} = \pm 4$$

Luego la fracción será:

$$\frac{5x}{7x} = \pm\frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \pm\frac{20}{28}$$

Problema 94:

Para vallar una finca rectangular de 750 m² se han utilizado 110 m de cerca. Calcula sus dimensiones.

Sea x la longitud de la finca

Sea y la anchura de la finca

Sabemos que:

750 m^2 es el área de la finca

Luego:

$x \cdot y = 750 \ \ ecuación\ 1$

110 m es el perímetro de la finca,

Luego,

$2x + 2y = 110$

Simplificando por 2, y despejando x:

$x + y = 55$

$x = 55 - y \ \ \ ecuación\ 2$

Sustituyendo el valor de x de la ecuación 2 en la 1:

$(55 - y) \cdot y = 750$

$55y - y^2 = 750$

$y^2 - 55y + 750 = 0$

$$y = \frac{55 \pm \sqrt{3025 - 3000}}{2} = \frac{55 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{55 \pm 5}{2}$$

$$y_1 = \frac{55 + 5}{2} = 30$$

$$y_2 = \frac{55 - 5}{2} = 25$$

Para y_1= 30;

$x = 55 - 30 \ \ = 25$

Para y_2= 25;

$x = 55 - 25 \ \ = 30$

Las dimensiones son: 30x25 metros.

Problema 95:

Calcula el valor de m sabiendo que x=3 es solución de la ecuación $x^2 - mx + 27 = 0$

Sabemos que:

$$x_1 + x_2 = -\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$$

$$3 + x_2 = -\frac{(-\mathrm{m})}{1}$$

$$3 + x_2 = m \; ecuación \; 1$$

Y también:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}}$$

$$3 \cdot x_2 = \frac{27}{1}$$

$$3x_2 = 27$$

$$x_2 = \frac{27}{3} = 9$$

Sustituyendo el valor de x_2 en la ecuación 1:

$$3 + x_2 = m \; ecuación \; 1$$

$$m = 3 + x_2 = 3 + 9 = 12$$

El valor de m= 12

<u>Problema 96:</u>

La raíz cuadrada de la edad del padre, nos da la edad del hijo, y dentro de 24 años, la edad del padre será el doble que la del hijo. Halla las edades de cada uno.

Sea x la edad del padre.

Sea y la edad del hijo.

TIEMPO-------------------PRESENTE----------FUTURO

Edad padre---------------------x---------------------(x+24)

Edad del hijo-------------------y-----------------------(y+24)

$y = \sqrt{\mathrm{x}}$

Elevando al cuadrado:

$y^2 = (\sqrt{\mathrm{x}})^2$

$y^2 = x \;\; ecuación\ 1$

Por otra parte:

$x + 24 = 2(\mathrm{y} + 24)$

$x + 24 = 2\mathrm{y} + 48$

$x = 2\mathrm{y} + 48 - 24$

$x = 2\mathrm{y} + 24 \text{ ecuación } 2$

Igualando en x las ecuaciones 1 y 2:

$y^2 = 2\mathrm{y} + 24$

$y^2 - 2\mathrm{y} - 24 = 0$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{4+96}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2}$$

$$y_1 = \frac{2+10}{2} = 6 \;\; años\ es\ la\ edad\ del\ hijo$$

$$y_2 = \frac{2-10}{2} = -4 \text{ solución no válida}$$

La edad del padre será:

$x = y^2 \;\; ecuación\ 1$

$x = 6^2 = 36\ años$

Problema 97:

Al dividir 256 por un número natural, se obtiene un cociente 2 unidades mayor que el divisor. Si el resto es uno, ¿cuál es el divisor?

Sea x el divisor.

Sabemos que:

Dividendo=divisor x cociente +resto

$256 = [x \cdot (\mathrm{x} + 2)] + 1$

$256 = [x^2 + 2\mathrm{x}] + 1$

$256 = x^2 + 2\mathrm{x} + 1$

$x^2 + 2\mathrm{x} + 1 - 256 = 0$

$x^2 + 2\mathrm{x} - 255 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1020}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{1024}}{2} = \frac{-2 \pm 32}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 32}{2} = 15\ es\ el\ divisor\ pedido$$

$$x_2 = \frac{-2 - 32}{2} = -17 \text{ solución no válida}$$

<u>Problema 98:</u>

Al añadir a un número 3 unidades y multiplicar por sí mismo el valor resultante, se obtiene 100. Calcula dicho número.

Sea x el número pedido

Número con tres unidades más: x+3

$(x + 3)^2 = 100$

$x^2 + 9 + 6x - 100 = 0$

$x^2 + 6x - 91 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 364}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-6 \pm 20}{2}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 20}{2} = 7\ es\ el\ número\ pedido$$

$$x_2 = \frac{-6 - 20}{2} = -13\ es\ el\ número\ pedido$$

Problema 99:

El perímetro de una parcela rectangular mide 130 m, y el área, 1000 m^2. ¿Cuáles son sus dimensiones?

Sea x la longitud de la parcela rectangular.

Sea y la anchura de la parcela rectangular.

El perímetro mide 130 m:

$p = 2x + 2y$

$130 = 2x + 2y$

Dividiendo por 2:

$x + y = 65$

$x = 65 - y \;\; ecuación\ 1$

El área mide 1000 m^2:

$A = x \cdot y$

$1000 = x \cdot y \; ecuación\ 2$

Sustituyendo el valor de x de la ecuación 1 en la 2:

$(65 - y) \cdot y = 1000$

$65y - y^2 = 1000$

$y^2 - 65\mathrm{y} + 1000 \; = 0$

$$y = \frac{65 \pm \sqrt{4225 - 4000}}{2} = \frac{65 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{65 \pm 15}{2}$$

$$y_1 = \frac{65 + 15}{2} = 40\ m$$

$$y_2 = \frac{65 - 15}{2} = 25\ \mathrm{m}$$

Luego para para y_1= 40,

$x = 65 - y \;\; ecuación\ 1$

$x = 65 - 40 = 25\, metros$

Luego para para y_2= 25,

$x = 65 - y \;\; ecuación\, 1$

$x = 65 - 25 = 40\, metros$

Las dimensiones don 40x25 m^2.

Problema 100:

Un pintor tarda 3 horas más que otro en pintar una pared. Trabajando juntos pintarían la misma pared en 2 horas. Calcula cuánto tarda cada uno en hacer el mismo trabajo en solitario.

Sea t el número de horas que el pintor 1 tarda en pintar la pared

El pintor 2 tardará: t+3 horas.

Pintor 1:

Si en t horas pinta la pared completa (ct)

En 1 hora pintará "x" de la pared completa (ct)

$$x = \frac{1}{\mathrm{t}} \quad pintará\ de\ la\ pared\ completa$$

Pintor 2:

Si en t+3 horas pinta la pared completa (ct)

En 1 hora pintará "y" de la pared completa (ct)

$$y = \frac{1}{\mathrm{t}+3} \quad pintará\ de\ la\ pared\ completa$$

Pintor 1 y 2 juntos:

Si en 2 horas pintan la pared completa

En 1 hora pintarán "z" de la pared completa (ct)

$$y = \frac{1}{2} \quad pintará\ de\ la\ pared\ completa$$

Por tanto:

En 1 hora los dos juntos pintan:

x+y= z

$$\frac{1}{\mathrm{t}}+\frac{1}{\mathrm{t}+3}=\frac{1}{2}$$

$$MDC = 2\cdot \mathrm{t}\cdot (\mathrm{t}+3)$$

$$2(\mathrm{t}+3)+2\mathrm{t}=\mathrm{t}\cdot(\mathrm{t}+3)$$

$$2\mathrm{t}+6+2\mathrm{t}=t^2+3t$$

$$t^2-\mathrm{t}-6\ =0$$

$$t=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{1\pm 5}{2}$$

$$t_1=\frac{1+5}{2}=3\ \ horas$$

$$t_2=\frac{1-5}{2}=-2\ \ \text{solución no válida}$$

Luego:

Pintor 1 tarda: 3 horas

Pintor 2 tarda: t+3= 3+3= 6 horas

<u>Problema 101:</u>

De un tablero de 2.400 cm^2 se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las tiras de madera que sobran miden 1.283 cm^2, ¿cuánto miden los lados de las piezas cuadradas?

Sea x el lado de una de las piezas cuadradas.

Sea x+5 el lado de la otra pieza cuadrada.

Sabemos que:

$$2400=\ x^2+\ (x+5)^2+1283$$

$$2400=\ x^2+\ x^2+25+10x+1283$$

$2x^2 + 10x - 1092 = 0$

Dividiendo por 2:

$x^2 + 5x - 546 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 2184}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{2209}}{2} = \frac{-5 \pm 47}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 47}{2} = 21 \ cm$$

$$x_2 = \frac{-5 - 47}{2} = -26 \text{ solución no válida}$$

Luego,

El lado de una de las piezas cuadradas mide: 21 cm

El lado de la otra pieza cuadrada mide: x+5= 21+5= 26 cm

Problema 102:

Paula quiere hacer el marco de un espejo con un listón de madera de 2 m de largo, sin que le sobre ni le falte nada. Sabiendo que el espejo es rectangular y que tiene una superficie de 24 dm^2, ¿qué longitud tendrán los trozos que ha de cortar?

Sea x la longitud el espejo

Sea y la anchura del espejo

Perímetro del rectángulo= 2 m= 20 dm

$20 = 2x + 2y$

Dividiendo entre 2:

$10 = x + y$

$x = 10 - y \quad ecuación\ 1$

Área del espejo: 24 dm^2

$24 = x \cdot y \quad ecuación\ 2$

Sustituimos el valor de x de la ecuación 1 en la 2:

$24 = (10 - y) \cdot y$

$24 = 10y - y^2$

$y^2 - 10\text{y} + 24 \ = 0$

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{10 \pm 2}{2}$$

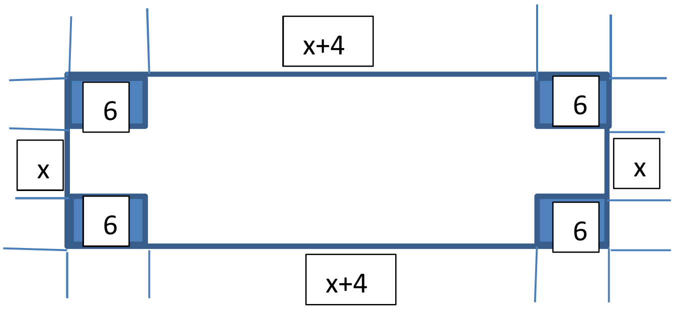
$$y_1 = \frac{10 + 2}{2} = 6\ dm$$

$$y_2 = \frac{10 - 2}{2} = 4\ \text{dm}$$

Luego han de cortarse de 6dm y de 4dm

<u>Problema 103:</u>

Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de 840 cm^3 de volumen cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.



Anchura de la pieza: x

Longitud de la pieza: x+4

Al cortar un cuadrado de 6 cm en cada esquina las dimensiones de la caja son:

Anchura: x-12

Longitud: (x+4)-12= x-8

Sabemos que su volumen es: V= largo x ancho x alto.

Así:

$(x-8)\cdot(x-12)\cdot 6=840$

$(x-8)\cdot(x-12)=140$

$x^2-12x-8x+96=140$

$x^2-20\text{x}-44\ =0$

$$x=\frac{20\pm\sqrt{400+176}}{2}=\frac{20\pm\sqrt{576}}{2}=\frac{20\pm 24}{2}$$

$$x_1=\frac{20+24}{2}=22\ cm$$

$$x_2=\frac{20-24}{2}=-2\text{ cm solución no válida}$$

Luego:

Anchura de la caja: x-12= 22-12= 10 cm

Longitud de la caja: x-8= 22-8= 14 cm

Altura de la caja: 6 cm

Problema 104:

El área total de un cilindro de 15 cm de altura es de 1500 cm^2. Hallar su radio.

El área total de un cilindro viene definida por:

$A=2\pi r^2+2\pi\text{rh}$

$1500=2\pi r^2+2\pi\text{r}\cdot 15$

$2\pi r^2+30\pi\text{r}-1500=0$

$\pi r^2+15\pi\text{r}-750=0$

$3{,}14r^2+47{,}1\text{r}-750=0$

$$r=\frac{-47{,}1\pm\sqrt{2218{,}41+9420}}{6{,}28}=\frac{-47{,}1\pm\sqrt{11638{,}41}}{6{,}28}=\frac{47{,}1\pm 107{,}88}{6{,}28}$$

$$r_1=\frac{47{,}1+107{,}88}{6{,}28}=9{,}678\ cm$$

$$r_2 = \frac{47{,}1 - 107{,}88}{6{,}28} = -9{,}678 \text{ solución no válida}$$

Problema 105:

El lado menor de un triángulo rectángulo mide 5 cm. Calcular el otro cateto sabiendo que la hipotenusa mide 1 cm más que él.

Cateto menor: 5 cm

Cateto mayor: x

Hipotenusa: x+1

Luego:

$(x+1)^2 = x^2 + 5^2$

$x^2 + 1 + 2\mathrm{x} = x^2 + 25$

$2\mathrm{x} = 25 - 1$

$$x = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm mide el cateto mayor}$$

Problema 106:

Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm. Si restamos una misma cantidad a los tres lados, obtenemos un triángulo rectángulo. ¿De qué cantidad se trata?

Sea x la cantidad a restar:

Hipotenusa: 18-x

Cateto mayor: 16-x

Cateto menor: 9-x

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$(18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2$

$324 + x^2 - 36\mathrm{x} = 256 + x^2 - 32x + 81 + x^2 - 18x$

$x^2 - 14x + 13 = 0$

$$x=\frac{14\pm\sqrt{196-52}}{2}=\frac{14\pm\sqrt{144}}{2}=\frac{14\pm 12}{2}$$

$$x_1=\frac{14+12}{2}=13\ cm\ \ solución\ no\ válida$$

$$x_2=\frac{14-12}{2}=1\text{ cm es la cantidad a restar}$$

Hipotenusa: 18-x= 18-1= 17

Cateto mayor: 16-x= 16-1= 15

Cateto menor: 9-x= 9-1= 8

<u>Problema 107:</u>

Si se suman dos múltiplos de 5 consecutivos y al resultado se le resta 5, se obtiene un número 20 veces más pequeño que si se multiplican ambos números. Averigua de qué números se trata.

1er múltiplo de 5: 5x

2º múltiplo de 5: 5x+5

Luego,

$$5x+(5x+5)-5=y$$

$$5x+5x+5-5=y$$

$$10x=y$$

Por otra parte

$$5x\cdot(5x+5)=20y$$

$$25x^2+25x=20(10x)$$

$$25x^2+25x-200x=0$$

$$25x^2-175x=0$$

$$25\mathrm{x}(\mathrm{x}-7)=0$$

Luego

$25\mathrm{x} = 0 \quad solución\ no\ válida$

$\mathrm{x} - 7 = 0$

$\mathrm{x} = 7$

Los números son:

1er múltiplo de 5: 5x= 5·7=35

2º múltiplo de 5: 5x+5= 5·7+5= 40

Problema 108:

En un viejo papiro que data de la civilización egipcia se puede leer: ”La altura del muro, la distancia al pie del mismo y la distancia que une ambos extremos son tres números consecutivos”. Halla dichos números.

1er número: x

2º número consecutivo: x+1

3er número consecutivo: (x+1)+1= x+2

Luego:

La altura del muro es el cateto opuesto: x

La distancia al pie del muro es el cateto contiguo: x+1

La distancia que une ambos extremos: es la hipotenusa: x+2

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$(x+2)^2 = (x+1)^2 + x^2$

$x^2 + 4 + 4x = x^2 + 1 + 2x + x^2$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2-4}{2} = -2 \text{ solución no válida}$$

La altura del muro es el cateto opuesto: x= 3

La distancia al pie del muro es el cateto contiguo: x+1=3+1= 4

La distancia que une ambos extremos: es la hipotenusa: x+2= 3+2= 5

<u>Problema 109:</u>

Un frutero compra naranjas a un agricultor por valor de 7500 €. Por el mismo precio podría haber comprado 37500 kg de naranjas de menor calidad, ahorrándose 5 céntimos por kilo. ¿Cuántos kilos de naranjas compró?, ¿Cuánto pagó por kilo? ¿Cuánto hubiera pagado por kilo si hubiera aceptado la oferta?

Sea x el número de kilos de naranja que compra por 7500€

Sea p el precio que paga por cada kilo

Luego,

$$x \cdot p = 7500$$

Por ese mismo precio, 7500€, podría haber comprado 37500 kg de naranjas de menor calidad, ahorrándose 5 cts por kilo.

Luego,

$$37500 \cdot (p - 0{,}05) = 7500$$

$$37500p - 1875 = 7500$$

$$37500p = 7500 + 1875$$

$$p = \frac{9375}{37500} = 0{,}25€/kg \quad pagó\ por\ kilo$$

Compró:

$$x \cdot p = 7500$$

$$x = \frac{7500}{0{,}25} = 30.000\ kg$$

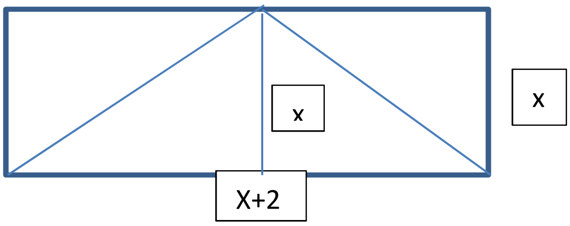
Si hubiese aceptado la oferta, habría pagado:

$$p - 0{,}05 = 0{,}25 - 0{,}05 = 0{,}20\ €/kg$$

Comentario: el dato de la cantidad de kilos que compra por 7500€, es errónea, compra 37.500 kg, no 7.500 kg como dice el enunciado.

Problema 110:

En un rectángulo, la base mide 2 unidades más que la altura. Si unimos el punto medio del lado mayor con los vértices de los lados opuestos, obtenemos un triángulo isósceles. ¿Qué longitud tienen los lados del rectángulo si el área del triángulo es de 4 u. superficie?



Sea x la altura

Sea x+2 la base

Sabemos que el área de un triángulo es:

$$A = \frac{\mathrm{b} \cdot \mathrm{h}}{2}$$

$$4 = \frac{(\mathrm{x}+2) \cdot \mathrm{x}}{2}$$

$$8 = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+6}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-2-6}{2} = -4 \text{ solución no válida}$$

Los lados del rectángulo medirán:

Sea x la altura: x= 2 unidades

Sea x+2 la base: x+2= 2+2= 4 unidades

Problema 111:

A la hora de realizar una obra, observamos que el coste de la misma viene dado por la expresión: C(x)= $20x^2$ + 15x, donde C indica el precio en euros y x indica el coste de la hora trabajada. Calcula lo que vale la hora de trabajo si la obra cuesta 25.025 €.

$$20x^2 + 15x = 25025$$

$$20x^2 + 15x - 25025 = 0$$

Dividiendo entre 5:

$$4x^2 + 3x - 5005 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 80080}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{80089}}{8} = \frac{-3 \pm 283}{8}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 283}{8} = 35$$

$$x_2 = \frac{-3 - 283}{8} = -35{,}75 \text{ solución no válida}$$

La hora de trabajo cuesta: 35 €

Problema 112:

La diferencia entre la cuarta y la segunda potencia de un número es 600. Calcular este número.

$$x^4 - x^2 - 600 = 0$$

Hacemos el cambio de variable:

$$x^2 = t$$
$$x^4 = t^2$$

Luego:

$$t^2 - t - 600 = 0$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+2400}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{2401}}{2} = \frac{1 \pm 49}{2}$$

$$t_1 = \frac{1+49}{2} = 25$$

$$t_2 = \frac{1-49}{2} = -24 \text{ solución no válida}$$

Para t_1= 25

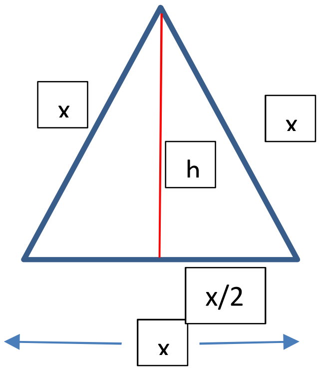
$$x^2 = t$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25} = \pm 5$$

Problema 113:

La superficie de un triángulo equilátero es de 50 m^2. Calcula su lado.



Sea x el lado del triángulo equilátero (equilátero significa que tiene los tres lados iguales)

Sabemos que el área del triángulo es:

$$A = \frac{\mathrm{b} \cdot \mathrm{h}}{2}$$

Luego:

$$50 = \frac{\mathrm{x} \cdot \mathrm{h}}{2} \; ecuación\ 1$$

Aplicando el teorema de Pitágoras hallamos la altura:

$$h^2 = x^2 - (\frac{x}{2})^2$$

$$h^2 = x^2 - \frac{x^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4x^2 - x^2}{4} = \frac{3x^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \ ecuación\ 2$$

Sustituimos el valor de h en la ecuación 1:

$$50 = \frac{x \cdot h}{2} \ ecuación\ 1$$

$$100 = x \cdot h$$

$$100 = x \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

$$200 = x^2\sqrt{3}$$

$$x^2 = \frac{200}{\sqrt{3}}$$

$$x^2 = \frac{200\sqrt{3}}{3}$$

$$x^2 = \frac{100 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$x = \sqrt{\frac{100 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{3}} = 10\sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3}} = 10\sqrt{\frac{\sqrt{4 \cdot 3}}{3}} = 10\sqrt{\frac{\sqrt{12}}{3}} = 10\frac{\sqrt[4]{12}}{\sqrt{3}}$$

$$x = 10\frac{\sqrt[4]{12}}{\sqrt{3}} = \frac{10 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{12}}{3}$$

Problema 114:

El área de una plaza de toros mide 2827 m^2, calcula el radio de la plaza.

$A = \pi r^2$

$2827 = \pi\, r^2$

$r^2 = \dfrac{2827}{\pi}$

$\mathrm{r} = \sqrt{\dfrac{2827}{\pi}}$

$\mathrm{r} = \sqrt{\dfrac{2827}{\pi}} = \sqrt{900} = 30\ m\ (aproximadamente)$

Problema 115:

Calcula la longitud del lado de un cuadrado que tiene la misma área que un círculo de radio 2 m.

Área del círculo:

$A = \pi r^2$

$A = \pi 2^2$

$A = 4\pi$

Área del cuadrado:

$A = l^2$

$4\pi = l^2$

$\mathrm{l} = \sqrt{4\pi}$

$\mathrm{l} = 2\sqrt{\pi}$

Comentario: el resultado de la hoja de enunciados es erróneo

Problema 116:

Si se alargan dos lados opuestos de un cuadrado en 5 m y se acortan los otros dos en 2 m, se obtiene un rectángulo de 120 m^2 de área. Averigua el lado y el área del cuadrado original.

Sea x la longitud del lado del cuadrado:

Base del rectángulo: x+5

Altura del rectángulo: x-2

Área del rectángulo:

$A = b \cdot h$

$120 = (x+5) \cdot (x-2)$

$120 = x^2 - 2x + 5x - 10$

$x^2 + 3x - 130 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+520}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{529}}{2} = \frac{-3 \pm 23}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3+23}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-3-23}{2} = -13 \text{ solución no válida}$$

Longitud del lado del cuadrado: x= 10 m

Área del cuadrado original: x^2= 10^2= 100 m^2