

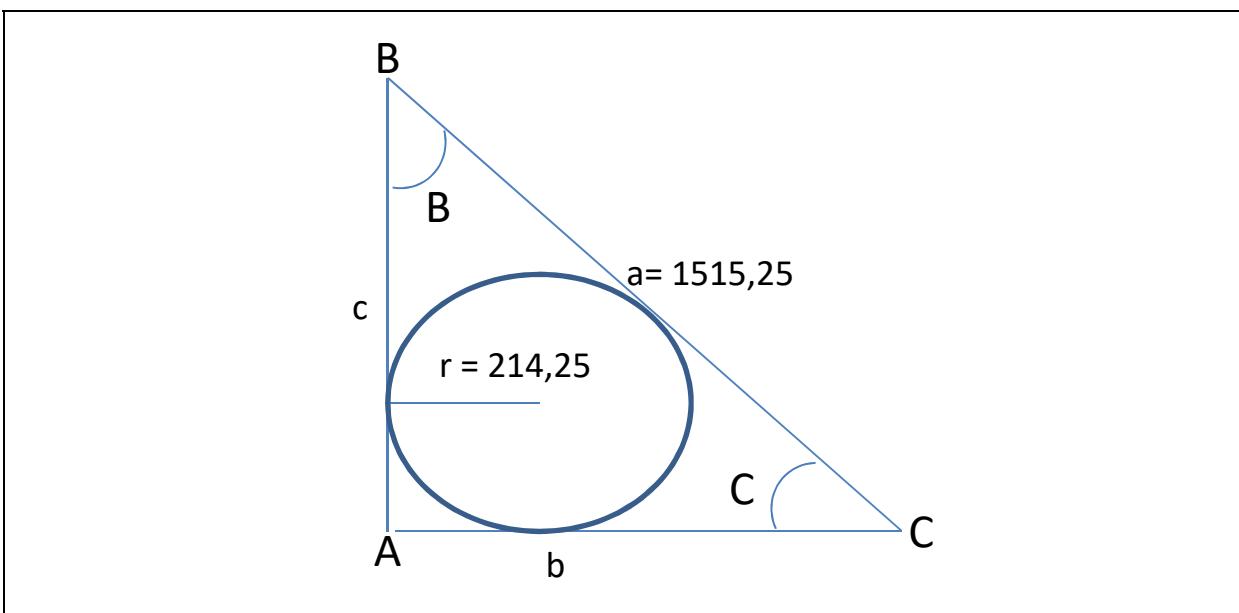
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 136:

Resolver un triángulo rectángulo de hipotenusa igual a 1515,25 m, circunscrito a un círculo de 214,25 m de radio.

Solución Problema 136:

Hacemos el croquis:



Aplicando la siguiente propiedad del círculo inscrito en un triángulo rectángulo que nos relaciona el radio con los catetos e hipotenusa:

$$r = \frac{b \cdot c}{a + b + c} \text{ ecuación 1}$$

Aplicamos, igualmente, el teorema de Poncelet:

$$r = \frac{b + c - a}{2} \text{ ecuación 2}$$

De manera que de la ecuación 1 obtenemos:

$$214,25 = \frac{b \cdot c}{1.515,25 + b + c}$$

Operando:

$$214,25(1.515,25 + b + c) = b \cdot c$$

$$324.642,3125 + 214,25b + 214,25c = b \cdot c \text{ ecuación 3}$$

Y de la ecuación 2:

$$214,25 = \frac{b + c - 1.515,25}{2}$$

$$2 \cdot 214,25 = b + c - 1.515,25$$

$$428,5 = b + c - 1.515,25$$

$$428,5 + 1.515,25 = b + c$$

$$b = 1.943,75 - c \text{ ecuación 4}$$

Sustituyendo el valor de b de la ecuación 4 en la 3, tenemos:

$$324.642,3125 + 214,25(1.943,75 - c) + 214,25c = (1.943,75 - c) \cdot c$$

$$324.642,3125 + 416.448,4375 - 214,25c + 214,25c = 1.943,75c - c^2$$

$$c^2 - 1.943,75c + 741.090,75 = 0$$

$$c = \frac{1.943,75 \pm \sqrt{3.778.164,0625 - 2.964.363}}{2} = \frac{1.943,75 \pm \sqrt{813.801,0625}}{2}$$

$$c = \frac{1.943,75 \pm 902,1092}{2}$$

$$c_1 = \frac{1.943,75 + 902,1092}{2} = 1.422,93 \text{ m}$$

$$c_2 = \frac{1.943,75 - 902,1092}{2} = 520,820 \text{ m}$$

Para $c = 1.422,93$, sustituimos su valor en la ecuación 4

$$b = 1.943,75 - c \text{ ecuación 4}$$

$$b = 1.943,75 - 1.422,93 = 520,820 \text{ m}$$

$$\operatorname{sen} C = \frac{c}{a} = \frac{1.422,93}{1.515,25} = 0,939$$

$$C = \operatorname{arc} \operatorname{sen} 0,939 = 69^\circ 896 = 69^\circ 53' 47''$$

$$B = 90 - 69^\circ,896 = 20^\circ,104 = 20^\circ 6'14''$$