

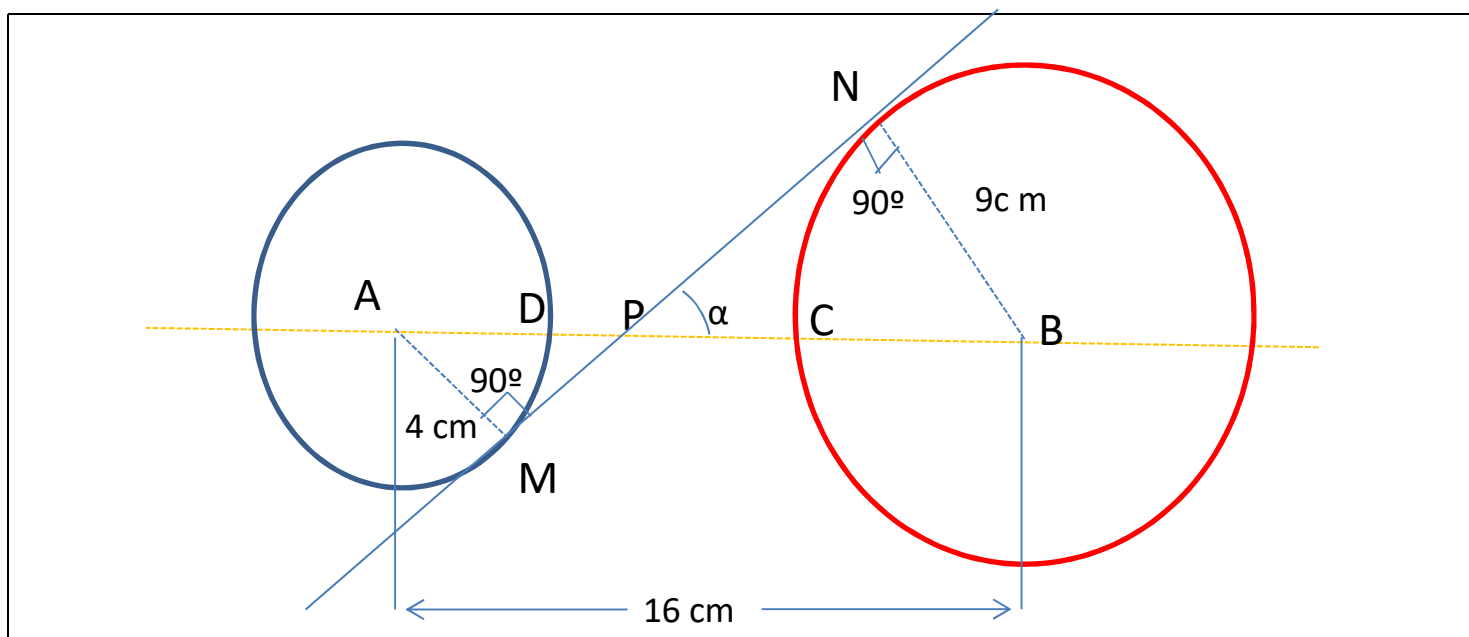
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 119:

Calcula el ángulo que forma la tangente a las circunferencias de la figura con la línea que une sus centros. Los radios miden 4 y 9 cm, y la distancia entre sus centros es de 16 cm.

Solución Problema 119:

Hacemos el croquis:



Sabemos que la distancia entre sus centros es 16 cm: $AB = 16$

$$AB = AD + DP + PC + CB = 4 + DP + PC + 9$$

$$16 = 13 + DP + PC$$

$$DP + PC = 16 - 13 = 3$$

$$DP + PC = 3 \text{ ecuación 1}$$

En el triángulo rectángulo BNP:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{PB}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{PC + CB}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{PC + 9} \text{ ecuación 2}$$

En el triángulo rectángulo AMP:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4}{PA}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4}{AD + DP}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4}{4 + DP} \text{ ecuación 3}$$

Igualando las ecuaciones 2 y 3,

$$\frac{9}{PC + 9} = \frac{4}{4 + DP}$$

$$9(4 + DP) = 4(PC + 9)$$

$$36 + 9DP = 4PC + 36$$

$$9DP = 4PC$$

$$DP = \frac{4PC}{9} \text{ ecuación 4}$$

De la ecuación 1 despejamos DP

$$DP + PC = 3 \text{ ecuación 1}$$

$$DP = 3 - PC$$

Sustituyo su valor en la ecuación 4:

$$DP = \frac{4PC}{9} \text{ ecuación 4}$$

$$3 - PC = \frac{4PC}{9}$$

$$27 - 9PC = 4PC$$

$$13PC = 27$$

$$PC = \frac{27}{13} = 2,077 \text{ cm aproximadamente}$$

Luego la distancia PB será:

$$BP = PC + CB$$

$$BP = 2,077 + 9 = 11,077 \text{ cm}$$

Por tanto,

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{BN}{BP}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{11,077} = 0,8125$$

$$\alpha = \operatorname{arcsen} 0,8125 = 54,34^\circ$$