

MISCELANEA SOBRE PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN POR ECUACIONES SIMULTANEAS.



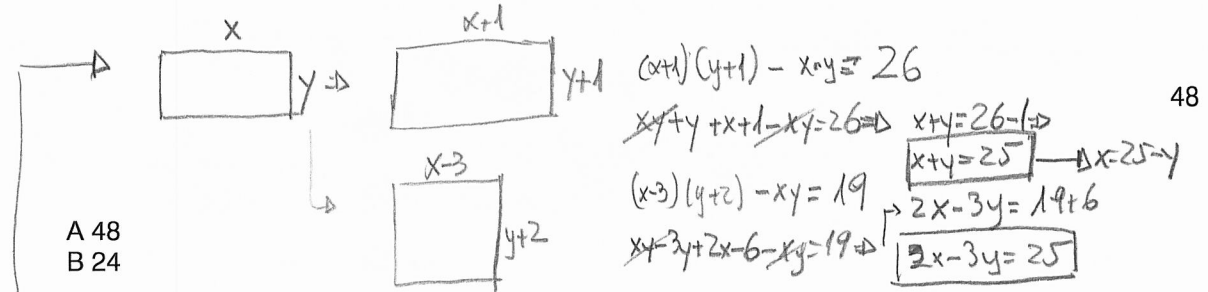
- El perímetro de un cuarto rectangular es 18 m, y 4 veces el largo equivale a 5 veces el ancho. Hallar las dimensiones del cuarto.
5m x 4m
- A tiene doble dinero que B. Si A le da a B 12 balboas, ambos tendrán lo mismo. ¿Cuánto tiene cada uno?

$4x = 5y \Rightarrow x = \frac{5y}{4}$ $18 = 2 \cdot \frac{5y}{4} + 2y \Rightarrow 18 = \frac{5y}{2} + 2y$
 $\Rightarrow 36 = 5y + 4y \Rightarrow 36 = 9y \Rightarrow y = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow x = \frac{5y}{4} = \frac{5 \cdot 4}{4} = 5$ \Rightarrow dimensiones \Rightarrow $\begin{matrix} l = 5 \\ a = 4 \end{matrix}$

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow 2x \\ B \rightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow 2x - 12 \\ \Rightarrow x + 12 \end{array} \left. \begin{array}{l} 2x - 12 = x + 12 \Rightarrow \\ 2x - x = 12 + 12 \Rightarrow \end{array} \right\} x = 24 \text{ b} \rightarrow B$$

$A = 48 \text{ b}$
 $B = 24 \text{ b}$

$2x = 2 \cdot 24 = 48 \text{ b} \rightarrow A$



A 48
B 24

3. Si una sala tuviera 1 m más de largo y 1 m más de ancho, el área sería 26 m² más de lo que es ahora, y si tuviera 3 m menos de largo y 2 m más de ancho, el área sería 19 m² mayor que ahora. Hallar las dimensiones de la sala.

20m x 5m
 $2(25-y) - 3y = 25 \Rightarrow 50 - 2y - 3y = 25 \Rightarrow -5y = 25 - 50 \Rightarrow -5y = -25 \Rightarrow y = \frac{-25}{-5} = 5$
 $y = 5 \Rightarrow x = 25 - y = 25 - 5 = 20 \Rightarrow$ Dimensiones $\left. \begin{matrix} x = 20m \\ y = 5m \end{matrix} \right\}$

4. Compré un carro, un caballo y sus arreos por \$ 200. El carro y los arreos costaron \$ 20 más que el caballo, y el caballo y los arreos costaron \$ 40 más que el carro. ¿Cuánto costó el carro, cuánto el caballo y cuánto los arreos?

$y = x + z - 20$
 $y = 80 + 30 - 20$
 $y = 90$ caballo
 $x + y + z = 200$
 $x + z = y + 20$
 $y + z = x + 40$
 $x + y + z = 200$
 $x + y + z = 200$
 $x - y + z = 20$
 $-x + y + z = 40$
 $x - y - z = -40$
 $2x + 2z = 220$
 $x + z = 110$
 $x + y + z = 200$
 $x - y - z = -40$
 $2x = 160 \Rightarrow x = \frac{160}{2} = 80$ carro
 $x + z = 110 \Rightarrow z = 110 - x = 110 - 80 = 30$ arreos

5. Hallar tres números tales que la suma del 1º y el 2º excede en 18 al tercero; la suma del 1º y el 3º excede en 78 al 2º, y la suma del 2º y el 3º excede en 102 al 1º.

$x + y - z = 18$
 $z = x + y - 18 = 48 + 60 - 18$
 $z = 90$
 $x + y + z = 18$
 $x + y + z = 78$
 $-x + y + z = 102$
 $x + y - z = 18$
 $x + y + z = 78$
 $x - y + z = 78$
 $2x = 96 \Rightarrow x = 48$
 $x + y + z = 78$
 $x - y - z = -102$
 $2y = -24 \Rightarrow y = -12$
 $96 - 2y = -24 \Rightarrow 120 = 2y \Rightarrow y = 60$

6. La suma de las dos cifras de un número es 6, y si al número se le resta 36, las cifras se invierten. Hallar los números.

$xy \Rightarrow x + y = 6$
 $10x + y - 36 = 10y + x \Rightarrow 10x - x + y - 10y = 36 \Rightarrow 9x - 9y = 36 \Rightarrow x - y = 4$
 $x + y = 6$
 $x - y = 4$
 $2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow y = 6 - x = 6 - 5 = 1$
 Número es: $\left. \begin{matrix} x = 5 \\ y = 1 \end{matrix} \right\} \rightarrow 51$

7. Un pájaro, volando a favor del viento recorre 55 Km. en una hora, y en contra del viento 25 km. en una hora. Hallar la velocidad en km. por hora del pájaro en aire tranquilo y del viento.

A favor: $V_T = V_p + V_v \Rightarrow 55 = V_p + V_v \Rightarrow V_p = \frac{80}{2} = 40 \text{ km/h}$
 40 Km/H
 15 Km/H En contra: $V_T = V_p - V_v$
 $25 = V_p - V_v$
 $80 = 2V_p$
 $V_v = V_T - V_p = 55 - 40 = 15 \text{ km/h}$

8. Un hombre compró cierto número de libros. Si hubiera comprado 5 libros más por el mismo dinero, cada libro le habría costado \$ 2 menos, y si hubiera comprado 5 libros menos por el mismo dinero, cada libro le habría costado \$ 4 más. ¿Cuántos libros compró y cuánto pagó por cada uno?

$x = n$ libros que compró
 $y =$ precio de cada libro
 $P_T =$ precio total a pagar:
 $y = \frac{P_T}{x}$
 $y - 2 = \frac{P_T}{x + 5}$
 $y + 4 = \frac{P_T}{x - 5}$
 $P_T = xy$
 $P_T = (y - 2)(x + 5)$
 $P_T = (y + 4)(x - 5)$
 $xy = (x + 5)(y - 2) \Rightarrow 5y - 2x = 10$
 $xy = (x - 5)(y + 4) \Rightarrow 4x - 5y = 20$
 $15 \text{ a } \$ 8$
 $x = \frac{30}{2} = 15$ libros
 $y = \frac{10 + 2x}{5} = \frac{10 + 30}{5} = 8$

9. 7 kilos de café y 6 de té cuestan \$ 4.80; 9 kilos de té y 8 de café cuestan \$ 6.45. ¿Cuánto cuesta un kilo de café y cuánto un kilo de té?

$15y = 6.75$
 $y = \frac{6.75}{15} = 0.45$
 $x = \frac{4.80 - 6y}{7}$
 $x = \frac{4.80 - 6 \cdot 0.45}{7} = \frac{1.30}{7}$
 $7x + 6y = 4.80$
 $8x + 9y = 6.45$
 $x = \frac{4.80 - 6y}{7}$
 $x = \frac{6.45 - 9y}{8}$
 $\frac{4.80 - 6y}{7} = \frac{6.45 - 9y}{8}$
 $38.4 - 48y = 45.15 - 63y \Rightarrow 63y - 48y = 45.15 - 38.4$

10. Un comerciante empleó \$ 1910 en comprar 50 trajes de a \$40 y de a \$35. ¿Cuántos trajes de cada precio compro?

Compra x trajes de 40 \$
 compra (50 - x) trajes de 35 \$
 $40x + 35(50 - x) = 1910 \Rightarrow 40x + 1750 - 35x = 1910$
 $5x = 160 \Rightarrow x = \frac{160}{5} = 32$ trajes a 40 \$
 $50 - x = 50 - 32 = 18$ trajes a 35 \$

11. Si al numerador de una fracción se resta 1, el valor de la fracción es 1/3, y si al denominador se resta 2, el valor de la fracción es 1/2. Hallar la fracción.

$\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3x - 3$
 $\frac{x}{y-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2x + 2$
 $3x - 3 = 2x + 2 \Rightarrow x = 3 + 2 = 5$
 $y = 3x - 3 = 3 \cdot 5 - 3 = 12$
 $\rightarrow \frac{5}{12}$

12. Dos bolsas tienen 200 soles. Si de la bolsa que tiene más dinero se sacan 15 soles y se ponen en la otra, ambas tendrían lo mismo. ¿Cuánto tiene cada bolsa?

$$\begin{aligned}
 & b_1 = x \\
 & b_2 = 200 - x \\
 & x - 15 = (200 - x) + 15 \Rightarrow x - 15 = 200 - x + 15 \Rightarrow 2x = 200 + 15 + 15 \\
 & 115, 85 \\
 & 2x = 230 \Rightarrow x = \frac{230}{2} = 115 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b_1 = x = 115 \text{ sol.} \\ b_2 = 200 - x = 200 - 115 = 85 \text{ sol.} \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

13. Compré un caballo, un coche y un perro. El perro me costó \$20. El caballo y el perro costaron el triple que el coche; el perro y el coche los 3/5 de lo que costó el caballo. Hallar el precio del caballo y del coche.

$$\begin{aligned}
 & C \ 100 \rightarrow x \\
 & COCHE \ 40 \rightarrow y \\
 & x + 20 = 3y \Rightarrow x = 3y - 20 \Rightarrow 20 + y = \frac{3(3y - 20)}{5} \Rightarrow 100 + 5y = 9y - 60 \\
 & 20 + y = \frac{3x}{5} \Rightarrow 100 + 60 = 9y - 5y \Rightarrow 4y = 160 \Rightarrow y = \frac{160}{4} = 40 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{coche: } y = 40 \$ \\ \text{caballo: } x = 3y - 20 = 100 \$ \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

14. Un número de dos cifras equivale a 6 veces la suma de sus cifras, y si al número se le resta 9, las cifras se invierten. Hallar el número.

$$\begin{aligned}
 & xy \\
 & 10x + y = 6(x + y) \Rightarrow 10x + y = 6x + 6y \Rightarrow 10x - 6x = 6y - y \Rightarrow 4x = 5y \Rightarrow x = \frac{5y}{4} \\
 & 10x + y - 9 = 10y + x \Rightarrow 10x - x + y - 10y = 9 \Rightarrow 9x - 9y = 9 \Rightarrow x - y = 1 \Rightarrow x = 1 + y \\
 & \left. \begin{array}{l} 4x = 5y \\ x = 1 + y \end{array} \right\} \Rightarrow 4(1 + y) = 5y \Rightarrow 4 + 4y = 5y \Rightarrow y = 4 \\
 & x = 1 + 4 = 5 \\
 & \text{Nº: } 54
 \end{aligned}$$

15. Cierta número de personas alquiló un ómnibus para una excursión. Si hubieran ido 10 personas más, cada una habría pagado 5 bolívars menos, y si hubieran ido 6 personas menos, cada una habría pagado 5 bolívares más ¿Cuántas personas iban en la excursión y cuánto pagó cada una?

$$\begin{aligned}
 & P_T = xy \\
 & P_T = (x + 10)(y - 5) \\
 & P_T = (x - 6)(y + 5) \\
 & (x + 10)(y - 5) = xy \Rightarrow 2y - x = 10 \Rightarrow (x) \Rightarrow 6y - 3x = 30 \\
 & (x - 6)(y + 5) = xy \Rightarrow 5x - 6y = 30 \\
 & \left. \begin{array}{l} 6y - 3x = 30 \\ 5x - 6y = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x = 60 - 3x = 30 \text{ per.} \\
 & x = 30, y = 20 \text{ bs.}
 \end{aligned}$$

16. Entre A y B tienen 1080 sucres. Si A gasta los 2/5 de su dinero y B 1/2 del suyo, ambos tendrían igual suma. ¿Cuánto tiene cada uno?

$$\begin{aligned}
 & A \ 600 \rightarrow x \\
 & B \ 480 \rightarrow 1080 - x \\
 & \frac{2x}{5} = \frac{1080 - x}{2} \Rightarrow 4x = 5400 - 5x \Rightarrow 4x + 5x = 5400 \Rightarrow 9x = 5400 \\
 & x = \frac{5400}{9} = 600 \text{ sucros } A \parallel B \Rightarrow 1080 - x = 1080 - 600 = 480
 \end{aligned}$$

17. Ayer gané \$10 más que hoy. Si lo que gané hoy es los 5/6 de lo que gané ayer, ¿Cuánto gané cada día?

$$\begin{aligned}
 & \text{Ayer } \rightarrow x \\
 & \text{Hoy } \rightarrow x + 10 \\
 & \frac{5(x + 10)}{6} = x \Rightarrow 5x + 50 = 6x \Rightarrow 6x - 5x = 50 \Rightarrow x = 50 \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{Hoy gané: } x = 50 \$ \\ \text{Ayer gané: } x + 10 = 50 + 10 = 60 \$ \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

18. Dos números están en la relación de 3 a 5. Si cada número se disminuye en 10, la relación es de 1 a 2. Hallar los números.

$$\begin{aligned}
 & \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x - 10}{y - 10} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 20 = y - 10 \Rightarrow 2x = y + 10 \Rightarrow 2\left(\frac{3y}{5}\right) = y + 10 \\
 & \frac{6y}{5} = y + 10 \Rightarrow 6y = 5y + 50 \Rightarrow y = 50 \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 50}{5} = 30 \\
 & \text{30 Y 50}
 \end{aligned}$$

19. A le dice a B: si me das 4 lempiras tendremos lo mismo, y B le contesta: si tú me das 4 lempiras tendré 9/5 de lo que tú tengas. ¿Cuánto tiene cada uno?

$$\begin{aligned}
 & A \ 24 \rightarrow x \\
 & B \ 32 \rightarrow y \\
 & x + 4 = y - 4 \Rightarrow x = y - 8 \\
 & 9(x - 4) - 36 = 5y + 20 \Rightarrow 9y - 72 = 5y + 56 \\
 & 4y = 128 \Rightarrow y = \frac{128}{4} = 32 \\
 & x = y - 8 = 32 - 8 = 24
 \end{aligned}$$

20. Hace 20 años la edad de A era el doble de la de B; dentro de 30 años será los 9/7 de la edad de B. Hallar las edades actuales.

	TIEMPO PASADO	PRESENTE	FUTURO
A	x - 20	x	x + 30
B	y - 20	y	y + 30

$$\begin{aligned}
 & x - 20 = 2(y - 20) \\
 & x + 30 = \frac{9}{7}(y + 30)
 \end{aligned}$$

21. Una tripulación emplea 3 horas en remar 16 km. río abajo y en regresar. En remar 2 km. río arriba emplea el mismo tiempo que en remar 4 km. río abajo. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.

Resolviendo ambas ecuaciones da:
 B = 40 años
 A = 60 años

Relación de velocidades
 VBF: A favor corriente
 VBC: contra corriente

$$\begin{aligned}
 & VBF = \frac{4}{t} \\
 & VBC = \frac{2}{t} \\
 & 3 = t_1 + t_2 \Rightarrow t_1 = 3 - t_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{VBF}{VBC} = \frac{t}{\frac{t}{2}} \Rightarrow VBF = 2VBC \\
 & \frac{16}{t_1} = \frac{16}{t_2} \Rightarrow 2t_1 = t_2 \Rightarrow t_2 = 2(3 - t_2) \\
 & 6 - 2t_2 = t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{6}{3} = 2 \text{ horas vuelta} \\
 & t_1 = 3 - t_2 = 1 \text{ hora ida} \\
 & VBF = \frac{16}{1} = 16 \text{ km/h} \\
 & VBC = \frac{16}{2} = 8 \text{ km/h}
 \end{aligned}$$

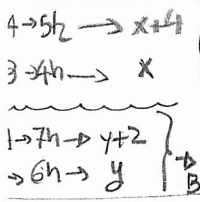
A favor $V_T = V_B + V_R \Rightarrow 16 = V_B + V_R$
 en contra $V_T = V_B - V_R \Rightarrow 8 = V_B - V_R$
 $24 = 2V_B \Rightarrow V_B = \frac{24}{2} = 12 \text{ km/h}$

B 12 Km/H
 R 4 Km/H

$V_R = 16 - V_B = 16 - 12 = 4 \text{ km/h}$

22. 1/9 de la edad de A excede en 2 años a 1/5 de la edad de B, y el doble de la edad de B equivale a la edad que tenía A hace 15 años. Hallar las edades actuales.

A 45 $\Rightarrow x$ $\frac{x}{9} - \frac{y}{5} = 2 \Rightarrow 5x - 9y = 90$
 B 15 $\Rightarrow y$ $2y = x - 15 \Rightarrow x = 2y + 15$
 $5(2y + 15) - 9y = 90 \Rightarrow 10y + 75 - 9y = 90$
 $y = 90 - 75 \Rightarrow y = 15$
 Edad A: $x = 2y + 15 = 30 + 15 = 45 \text{ años}$
 Edad B: $y = 15 \text{ años}$



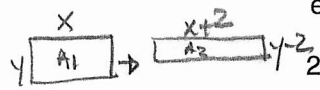
23. En 5 horas A camina 4 km. más que B en 4 horas y A en 7 horas camina 2 km. más que B en 6 horas. ¿Cuántos Km. anda cada uno en cada hora?

A en 5h $\rightarrow \frac{x+4}{5}$
 B en 4h $\rightarrow \frac{x}{4}$
 $\frac{x+4}{5} = \frac{y+2}{4} \Rightarrow 4x+16 = 5y+10 \Rightarrow 4x-5y = -6$
 $\frac{x}{4} = \frac{y+2}{6} \Rightarrow 3x = 2y+4 \Rightarrow 3x-2y = 4$
 $7(\frac{2y}{3}) - 5y = 10 - 28 \Rightarrow 14y - 15y = -64$
 $-y = -64 \Rightarrow y = 64$
 $3x - 2(64) = 4 \Rightarrow 3x - 128 = 4 \Rightarrow 3x = 132 \Rightarrow x = 44$
 A en hora: $\frac{y+2}{6} = \frac{64+2}{6} = \frac{66}{6} = 11 \text{ km}$
 B en hora: $\frac{x}{4} = \frac{44}{4} = 11 \text{ km}$

24. La diferencia entre la cifra de las unidades y la cifra de las decenas de un número es 4, y si el número se suma con el número que resulta de invertir sus cifras, la suma es 66. Hallar el número.

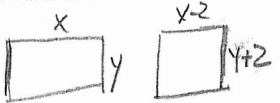
$10x + y$
 $y - x = 4 \Rightarrow y = 4 + x$
 $(10x + y) + (10y + x) = 66 \Rightarrow 10x + y + 10y + x = 66$
 $11x + 11y = 66 \Rightarrow x + y = 6$
 $x + (4 + x) = 6 \Rightarrow 2x + 4 = 6 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$
 $y = 4 + x = 4 + 1 = 5$
 Número: 15

25. El perímetro de un rectángulo es 58 m. Si el largo se aumenta en 2 m y el ancho se disminuye en 2 m, el área se disminuye en 46 m². Hallar las dimensiones del rectángulo.



$58 = 2x + 2y \Rightarrow x + y = 29$
 $A_1 - A_2 = 46 \Rightarrow xy - [(x+2)(y-2)] = 46$
 $xy - [xy - 2x + 2y - 4] = 46$
 $2x - 2y = 42 \Rightarrow x - y = 21 \Rightarrow x = 21 + y$
 $21 + y + y = 29 \Rightarrow 2y = 8 \Rightarrow y = 4$
 $x = 21 + 4 = 25$
 Dimensiones: 25 x 4 m

26. El perímetro de una sala rectangular es 56 m si el largo se disminuye en 2 m y el ancho se aumenta en 2 m, la sala se hace cuadrada. Hallar las dimensiones de la sala.



$2x + 2y = 56 \Rightarrow x + y = 28 \Rightarrow x = 28 - y$
 $(x-2) = (y+2) \Rightarrow x = y + 4$
 $28 - y = y + 4 \Rightarrow 2y = 24 \Rightarrow y = 12$
 $x = y + 4 = 12 + 4 = 16$
 Dimensiones: 16 m x 12 m