

CUARTA PARTEPROBLEMAS SOBRE ECUACIONES SIMULTANEAS

- La diferencia de dos números es 14, y $\frac{1}{4}$ de su suma es 13. Hallar los números.

$$33 \text{ y } 19 \quad \left. \begin{array}{l} x-y=14 \\ \frac{x+y}{4}=13 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x-y=14 \\ x+y=52 \\ 2x=66 \Rightarrow \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x=\frac{66}{2}=33 \\ y=33-14=19 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=33 \\ y=19 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

EJERCICIO 193.....PAG. 357

1. La diferencia de dos números es 40 y $\frac{1}{8}$ de su suma es 11. Hallar los números.

$$64 \text{ y } 24 \quad \left. \begin{array}{l} x-y=40 \\ \frac{x+y}{8}=11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x-y=40 \\ x+y=88 \\ 2x=128 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x=\frac{128}{2}=64 \\ y=x-40=64-40=24 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=64 \\ y=24 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

2. La suma de dos números es 190 y $\frac{1}{9}$ de su diferencia es 2. Hallar los números.

$$104 \text{ y } 86 \quad \left. \begin{array}{l} x+y=190 \\ \frac{x-y}{9}=2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x+y=190 \\ x-y=18 \\ 2x=208 \Rightarrow \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x=\frac{208}{2}=104 \\ y=x-18=104-18=86 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=104 \\ y=86 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

3. La suma de dos números es 1529 y su diferencia 101. Hallar los números.

$$815 \text{ y } 714 \quad \left. \begin{array}{l} x+y=1529 \\ x-y=101 \end{array} \right\} 2x=1630 \Rightarrow x=\frac{1630}{2}=815 \Rightarrow y=x-101=815-101=714$$

4. Un cuarto de la suma de dos números es 45 y un tercio de su diferencia es 4. Hallar los números.

$$96 \text{ y } 84 \quad \left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{4}=45 \\ \frac{x-y}{3}=4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x+y=180 \\ x-y=12 \\ 2x=192 \Rightarrow \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x=\frac{192}{2}=96 \\ y=x-12=96-12=84 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=96 \\ y=84 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

5. Los $\frac{2}{3}$ de la suma de dos números son 74 y los $\frac{3}{5}$ de su diferencia 9. Hallar los números.

$$63 \text{ y } 48 \quad \left. \begin{array}{l} \frac{2(x+y)}{3}=74 \\ \frac{3(x-y)}{5}=9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x+2y=222 \\ 3x-3y=45 \\ x+y=111 \\ x-y=15 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 2x=126 \Rightarrow x=\frac{126}{2}=63 \\ y=x-15=63-15=48 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=63 \\ y=48 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

6. Los $\frac{3}{10}$ de la suma de dos números exceden en 6 a 39 y los $\frac{5}{6}$ de su diferencia son 1 menos que 26. Hallar los números.

$$90 \text{ y } 60 \quad \left. \begin{array}{l} \frac{3(x+y)}{10}-39=6 \\ \frac{5(x-y)}{6}=25 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3x+3y-390=60 \Rightarrow 3x+3y=450 \\ 5x-5y=150 \Rightarrow x-y=30 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x+y=150 \\ x-y=30 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 2x=180 \\ x=\frac{180}{2}=90 \\ y=x-30=90-30=60 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=90 \\ y=60 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

7. Un tercio de la diferencia de dos números es 11 y los $\frac{4}{9}$ del mayor equivalen a los $\frac{3}{4}$ del menor. Hallar los números.

$$81 \text{ y } 48 \quad \left. \begin{array}{l} \frac{x-y}{3}=11 \\ \frac{4x}{9}=\frac{3y}{4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x-y=33 \\ 4x=3y \\ x=\frac{3y}{4} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \frac{3y}{4}-y=33 \Rightarrow \frac{27y}{4}-y=33 \Rightarrow \frac{23y}{4}=33 \Rightarrow 23y=132 \Rightarrow y=\frac{132}{23} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} y=\frac{528}{11}=48 \\ x=33+y=33+48=81 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=81 \\ y=48 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

8. Dividir 80 en dos partes tales que los $\frac{3}{8}$ de la parte mayor equivalgan a los $\frac{3}{2}$ de la menor.

$$64 \text{ y } 16 \quad \left. \begin{array}{l} x \\ 80-x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{3x}{8}=\frac{3(80-x)}{2} \\ 2x=640-8x \Rightarrow 10x=640 \Rightarrow x=64 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x=64 \\ 80-x=80-64=16 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=64 \\ y=16 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

9. Hallar dos números tales que 5 veces el mayor exceda a $\frac{1}{5}$ del menor en 222 y 5 veces el menor exceda a $\frac{1}{5}$ del mayor en 66.

$$45 \text{ y } 15 \quad \left. \begin{array}{l} 5x-\frac{y}{5}=222 \\ 5y-\frac{x}{5}=66 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 25x-y=1110 \\ 25y-x=330 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 25x-y=1110 \\ 625x-25y=27.750 \\ 25y-x=330 \\ \hline 624x=28080 \Rightarrow x=\frac{28080}{624}=45 \\ y=25x-1110=25 \cdot 45-1110=1125-1110=15 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x=45 \\ y=15 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

- 6 libras de café y 5 libras de azúcar costaron \$ 2.27, y 5 libras de café y 4 libras de azúcar (a los mismos precios) costaron \$ 1.88. Hallar el precio de una libra de café y una de azúcar.

$x = \text{precio café}$
 $y = \text{precio azúcar}$
 $6x + 5y = 2,27 \rightarrow (x \cdot 4) \Rightarrow 24x + 20y = 9,08$
 $5x + 4y = 1,88 \rightarrow (x \cdot 5) \Rightarrow 25x + 20y = -9,40$
 $-x = -0,32 \Rightarrow x = 32 \text{ cts 1 libra de café}$
 $6 \cdot 0,32 + 5y = 2,27 \Rightarrow 5y = 2,27 - 1,92 \Rightarrow y = \frac{0,35}{5} = 7 \text{ cts 1 libra de azúcar}$

EJERCICIO 194.....PAG. 358

1. 5 trajes y 3 sombreros cuestan 4180 soles, y 8 trajes y 9 sombreros cuestan 6940 soles. Hallar el precio de un traje y de un sombrero.

$x = \text{precio trajes}$
 $y = \text{precio sombreros}$
 $5x + 3y = 4180 \rightarrow (x \cdot 3) \Rightarrow 15x + 9y = 12540$
 $8x + 9y = 6940$
 $-7x = -5600 \Rightarrow x = 800$
 $y = \frac{6940 - 800 \cdot 8}{9} = 60$ soles

2. Un hacendado compró 4 vacas y 7 caballos por \$ 514 y más tarde, a los mismos precios, compro 8 vacas y 9 caballos por \$ 818. Hallar el costo de una vaca y de un caballo.

$x = \text{precio vacas}$
 $y = \text{precio caballos}$
 $4x + 7y = 514 \rightarrow (x \cdot 2) \Rightarrow 8x + 14y = 1028$
 $8x + 9y = 818$
 $-5y = -210 \Rightarrow y = 42$
 $x = \frac{514 - 7 \cdot 42}{4} = 55$ vaca

3. En un cine, 10 entradas de adulto y 9 de niño cuestan \$ 5.12 y 17 de niño y 15 de adulto \$ 8.31. Hallar el precio de una entrada de niño y una de adulto.

$x = \text{precio entrada adulto}$
 $y = \text{precio entrada niño}$
 $10x + 9y = 5,12 \rightarrow (x \cdot 15) \Rightarrow 150x + 135y = 76,8$
 $15x + 17y = 8,31$
 $-135y = 83,1 - 76,8 \Rightarrow 35y = 6,3 \Rightarrow y = 0,18$
 $x = \frac{5,12 - 9 \cdot 0,18}{10} = 0,35$

4. Si a 5 veces el mayor de dos números se añade 7 veces el menor, la suma es 316, y si a 9 veces el menor se resta el cuádruplo del mayor, la diferencia es 83. Hallar los números.

$x, y > 0$
 $5x + 7y = 316 \rightarrow (x \cdot 4) \Rightarrow 20x + 28y = 1264$
 $9y - 4x = 83 \rightarrow (x \cdot 9) \Rightarrow 81y - 36x = 747$
 $-73y = 1679 \Rightarrow y = 23$
 $x = \frac{316 - 7 \cdot 23}{5} = 31$

5. Los 3/7 de la edad de A aumentados en los 3/8 de la edad de B suman 15 años, y los 2/3 de la edad de A disminuidos en los 3/4 de la de B equivalen a 2 años. Hallar ambas edades.

$\text{Edad A: } x$
 $\text{Edad B: } y$
 $\frac{3x}{7} + \frac{3y}{8} = 15 \rightarrow 24x + 21y = 840 \rightarrow 8x + 7y = 280$
 $\frac{2x}{3} - \frac{3y}{4} = 2 \rightarrow 8x - 9y = 24 \rightarrow (x \cdot 1) \Rightarrow -8x + 9y = -24$
 $16y = 256 \Rightarrow y = 16$
 $x = \frac{24 + 9 \cdot 16}{8} = 21$ años edad A

6. El doble de la edad de A excede en 50 años a la edad de B, y 1/4 de la edad de B es 35 años menos que la edad de A. Hallar ambas edades.

$\text{Edad A: } x$
 $\text{Edad B: } y$
 $2x - y = 50$
 $x - 35 = \frac{y}{4} \rightarrow 4x - 140 = y$
 $2x - (4x - 140) = 50 \Rightarrow 2x - 4x + 140 = 50$
 $-2x = 50 - 140 \Rightarrow -2x = -90 \Rightarrow x = 45$
 $y = 4x - 140 = 4 \cdot 45 - 140 = 180 - 140 = 40$ años edad B

7. La edad de A excede en 13 años a la de B, y el duplo de la edad de B excede en 29 años a la edad de A. Hallar ambas edades.

$\text{Edad A: } x$
 $\text{Edad B: } y$
 $x - y = 13 \rightarrow x = 13 + y$
 $2y - (13 + y) = 29 \Rightarrow 2y - 13 - y = 29 \Rightarrow y = 29 + 13 = 42$
 $x = 13 + 42 = 55$ años A

8. Si 1/5 de la edad de A se aumenta en los 2/3 de la de B, el resultado sería 37 años, y 5/12 de la edad de B equivalen a 3/13 de la edad de A. Hallar ambas edades.

$\text{Edad A: } x$
 $\text{Edad B: } y$
 $\frac{x}{5} + \frac{2y}{3} = 37 \Rightarrow 3x + 10y = 555$
 $\frac{5y}{12} = \frac{3x}{13} \Rightarrow y = \frac{36x}{65}$
 $3x + 10 \cdot \frac{36x}{65} = 555$
 $195x + 360x = 36075 \Rightarrow 555x = 36075 \Rightarrow x = \frac{36075}{555} = 65$ años edad A
 $y = \frac{36x}{65} = \frac{36 \cdot 65}{65} = 36$ años edad B

- Si a los dos términos de una fracción se añade 3, el valor de la fracción es $\frac{1}{2}$ y si a los dos términos se resta 1, el valor de la fracción es $\frac{1}{3}$. Hallar la fracción.

5/13 $\frac{x+3}{y+3} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(x+3) = y+3 \Rightarrow y = 2x+6-3 \Rightarrow y = 2x+3$
 $\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3(x-1) = y-1 \Rightarrow y = 3x-3+1 \Rightarrow y = 3x-2$
 $2x+3 = 3x-2 \Rightarrow 3x-2x = 3+2 \Rightarrow x = 5$
 $y = 2x+3 = 2 \cdot 5 + 3 = 10+3 = 13$
 fracción: $\frac{5}{13}$

EJERCICIO 195.....PAG. 359

1. Si a los dos términos de una fracción se añade 1, el valor de la fracción es $\frac{2}{3}$, y si a los dos términos se resta 1, el valor de la fracción es $\frac{1}{2}$. Hallar la fracción.

3/5 $\frac{x+1}{y+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(x+1) = 2(y+1) \Rightarrow 3x+3 = 2y+2 \Rightarrow 3x-2y = -1$
 $\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(x-1) = y-1 \Rightarrow 2x-2 = y-1 \Rightarrow y = 2x-2+1 \Rightarrow y = 2x-1$
 $3x-2(2x-1) = -1 \Rightarrow 3x-4x+2 = -1 \Rightarrow -x+2 = -1 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$
 $y = 2x-1 = 2 \cdot 3 - 1 = 6-1 = 5$
 fracción: $\frac{3}{5}$

2. Si a los dos términos de una fracción se resta 3, el valor de la fracción es $\frac{1}{3}$, y si los dos términos se aumentan en 5, el valor de la fracción es $\frac{3}{5}$. Hallar la fracción.

7/15 $\frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3(x-3) = y-3 \Rightarrow 3x-9 = y-3 \Rightarrow y = 3x-9+3 \Rightarrow y = 3x-6$
 $\frac{x+5}{y+5} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5(x+5) = 3(y+5) \Rightarrow 5x+25 = 3y+15 \Rightarrow 3y = 5x+25-15 \Rightarrow 3y = 5x+10$
 $3(3x-6) = 5x+10 \Rightarrow 9x-18 = 5x+10 \Rightarrow 9x-5x = 10+18 \Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow x = 7$
 $y = 3x-6 = 3 \cdot 7 - 6 = 21-6 = 15$
 fracción: $\frac{7}{15}$

3. Si al numerador de una fracción se añade 5, el valor de la fracción es 2, y si al numerador se resta 2, el valor de la fracción es 1. Hallar la fracción.

9/7 $\frac{x+5}{y} = 2 \Rightarrow x+5 = 2y \Rightarrow x = 2y-5$
 $\frac{x-2}{y} = 1 \Rightarrow x-2 = y \Rightarrow x = y+2$
 $2y-5 = y+2 \Rightarrow 2y-y = 2+5 \Rightarrow y = 7$
 $x = y+2 = 7+2 = 9$
 fracción: $\frac{9}{7}$

4. Si el numerador de una fracción se aumenta en 26 el valor de la fracción es 3, y si el denominador se disminuye en 4, el valor es 1. Hallar la fracción.

7/11 $\frac{x+26}{y} = 3 \Rightarrow x+26 = 3y \Rightarrow x = 3y-26$
 $\frac{x}{y-4} = 1 \Rightarrow x = y-4$
 $3y-26 = y-4 \Rightarrow 3y-y = -4+26 \Rightarrow 2y = 22 \Rightarrow y = 11$
 $x = y-4 = 11-4 = 7$
 fracción: $\frac{7}{11}$

5. Añadiendo 3 al numerador de una fracción y restando 2 al denominador, la fracción se convierte en $\frac{6}{7}$, pero si se resta 5 al numerador y se añade 2 al denominador, la fracción equivale a $\frac{2}{5}$. Hallar la fracción.

15/23 $\frac{x+3}{y-2} = \frac{6}{7} \Rightarrow 7(x+3) = 6(y-2) \Rightarrow 7x+21 = 6y-12 \Rightarrow 6y = 7x+21+12 \Rightarrow 6y = 7x+33$
 $\frac{x-5}{y+2} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5(x-5) = 2(y+2) \Rightarrow 5x-25 = 2y+4 \Rightarrow 2y = 5x-25-4 \Rightarrow 2y = 5x-29$
 $6y = 7x+33$
 $3(2y) = 3(5x-29) \Rightarrow 6y = 15x-87$
 $15x-87 = 7x+33 \Rightarrow 15x-7x = 33+87 \Rightarrow 8x = 120 \Rightarrow x = 15$
 $6y = 7 \cdot 15 + 33 = 105 + 33 = 138 \Rightarrow y = \frac{138}{6} = 23$
 fracción: $\frac{15}{23}$

6. Multiplicando por 3 el numerador de una fracción y añadiendo 12 al denominador, el valor de la fracción es $\frac{3}{4}$, y si el numerador se aumenta en 7 y se triplica el denominador, el valor de la fracción es $\frac{1}{2}$. Hallar la fracción.

5/8 $\frac{3x}{y+12} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4(3x) = 3(y+12) \Rightarrow 12x = 3y+36 \Rightarrow 4x = y+12 \Rightarrow y = 4x-12$
 $\frac{x+7}{3y} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(x+7) = 3y \Rightarrow 2x+14 = 3y \Rightarrow 2x+14 = 3(4x-12) \Rightarrow 2x+14 = 12x-36 \Rightarrow 10x = 50 \Rightarrow x = 5$
 $y = 4x-12 = 4 \cdot 5 - 12 = 20-12 = 8$
 fracción: $\frac{5}{8}$

7. Si el numerador de una fracción se aumenta en $\frac{2}{5}$, el valor de la fracción es $\frac{4}{5}$, y si el numerador se disminuye en $\frac{4}{5}$, el valor de la fracción es $\frac{2}{5}$. Hallar la fracción.

2/3 $\frac{x+\frac{2}{5}}{y} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5(x+\frac{2}{5}) = 4y \Rightarrow 5x+2 = 4y$
 $\frac{x-\frac{4}{5}}{y} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5(x-\frac{4}{5}) = 2y \Rightarrow 5x-4 = 2y$
 $5x+2 = 4y$
 $5x-4 = 2y$
 $5x+2 = 2(5x-4) \Rightarrow 5x+2 = 10x-8 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$
 $5x+2 = 4y \Rightarrow 5 \cdot 2 + 2 = 4y \Rightarrow 12 = 4y \Rightarrow y = 3$
 fracción: $\frac{2}{3}$

- Dos números están en la relación de 3 a 4. Si el menor se aumenta en 2 y el mayor se disminuye en 9, la relación es de 4 a 3. Hallar los números.

18 y 24 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3y}{4}$
 $\frac{x+2}{y-9} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3(x+2) = 4(y-9) \Rightarrow 3x+6 = 4y-36 \Rightarrow 3x = 4y-42$
 $3 \cdot \frac{3y}{4} = 4y-42 \Rightarrow \frac{9y}{4} = 4y-42 \Rightarrow 9y = 16y-168 \Rightarrow -7y = -168 \Rightarrow y = \frac{168}{7} = 24$
 $x = \frac{3 \cdot 24}{4} = \frac{72}{4} = 18$
 fracción: $\frac{18}{24}$

EJERCICIO 196.....PAG. 360

$3 \cdot \frac{3y}{4} = 4y-42 \Rightarrow 9y = 16y-168 \Rightarrow -7y = -168 \Rightarrow y = \frac{168}{7} = 24$
 $x = \frac{3 \cdot 24}{4} = \frac{72}{4} = 18$
 fracción: $\frac{18}{24}$

1. Dos números están en la relación de 5 a 6. Si el menor se aumenta en 2 y el mayor se disminuye en 6, la relación es de 9 a 8. Hallar los números.
 $20y - 27x = -210$
 $-7x = -210$
 $x = \frac{210}{7} = 30$
 $x = \frac{5y}{6} \Rightarrow \frac{x+2}{y-6} = \frac{9}{8} \Rightarrow x = \frac{5y}{6} \Rightarrow 8(x+2) = 9(y-6) \Rightarrow 8x+16 = 9y-54 \Rightarrow 8x = 9y-70$
 $25 \text{ y } 30$

2. La relación de dos números es de 2 a 3. Si el menor se aumenta en 8 y el mayor en 7, la relación es de 3 a 4. Hallar los números.
 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2y}{3}$
 $22 \text{ y } 33$
 $\frac{x+8}{y+7} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4(x+8) = 3(y+7) \Rightarrow 4(\frac{2y}{3}) = 3y+21 \Rightarrow \frac{8y}{3} = 3y+21 \Rightarrow 8y = 9y+63 \Rightarrow -y = 63 \Rightarrow y = -63$
 $x = \frac{2(-63)}{3} = -42$

3. Dos números son entre sí como 9 es a 10. Si el mayor se aumenta en 20 y el menor se disminuye en 15, el menor será al mayor como 3 es a 7. Hallar los números.
 $\frac{x}{y} = \frac{9}{10} \Rightarrow x = \frac{9y}{10}$
 $45 \text{ y } 50$
 $\frac{x-15}{y+20} = \frac{3}{7} \Rightarrow 7(x-15) = 3(y+20) \Rightarrow 7(\frac{9y}{10}-15) = 3(y+20) \Rightarrow \frac{63y}{10} - 105 = 3y+60 \Rightarrow \frac{63y}{10} - 3y = 165 \Rightarrow \frac{33y}{10} = 165 \Rightarrow y = 50$
 $x = \frac{9(50)}{10} = 45$

4. Las edades de A y B están en la relación de 5 a 7. Dentro de dos años la relación entre la edad de A y la de B será de 8 a 11. Hallar las edades actuales.
 $\frac{x}{y} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = \frac{5y}{7}$
 $A \rightarrow 30$
 $B \rightarrow 42$
 $\frac{x+2}{y+2} = \frac{8}{11} \Rightarrow 11(x+2) = 8(y+2) \Rightarrow 11(\frac{5y}{7}+2) = 8y+16 \Rightarrow 11x+22 = 8y+16 \Rightarrow 11x = 8y-6$
 $11(\frac{5y}{7}) = 8y-6 \Rightarrow \frac{55y}{7} = 8y-6 \Rightarrow 55y = 56y-42 \Rightarrow 55y-56y = -42 \Rightarrow -y = -42 \Rightarrow y = 42$
 $x = \frac{5(42)}{7} = 30$

5. Las edades de A y B están en la relación de 4 a 5. Hace 5 años la relación era de 7 a 9. Hallar las edades actuales.
 $\frac{x}{y} = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{4y}{5}$
 $A \rightarrow 40$
 $B \rightarrow 50$
 $\frac{x-5}{y-5} = \frac{7}{9} \Rightarrow 9(x-5) = 7(y-5) \Rightarrow 9(\frac{4y}{5}-5) = 7(y-5) \Rightarrow \frac{36y}{5} - 45 = 7y-35 \Rightarrow \frac{36y}{5} - 7y = 10 \Rightarrow \frac{36y-35y}{5} = 10 \Rightarrow y = 50$
 $x = \frac{4(50)}{5} = 40$

6. La edad actual de A guarda con la edad actual de B la relación de 2 a 3. Si la edad que A tenía hace 4 años se divide por la edad que tendrá B dentro de 4 años, el cociente es 2/5. Hallar las edades actuales.
 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2y}{3}$
 $A \rightarrow 14$
 $B \rightarrow 21$
 $\frac{x-4}{y+4} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5(x-4) = 2(y+4) \Rightarrow 5(\frac{2y}{3}-4) = 2(y+4) \Rightarrow \frac{10y}{3} - 20 = 2y+8 \Rightarrow \frac{10y}{3} - 2y = 28 \Rightarrow \frac{4y}{3} = 28 \Rightarrow 4y = 84 \Rightarrow y = 21$
 $x = \frac{2(21)}{3} = 14$

7. Cuando empiezan a jugar A y B, la relación de lo que tiene A y lo que tiene B es de 10 a 13. Después que A le ha ganado 10 bolíveres a B, la relación entre lo que tiene A y lo que le queda a B es de 12 a 11. ¿Con cuánto empezó a jugar cada uno?
 $\frac{x}{y} = \frac{10}{13} \Rightarrow x = \frac{10y}{13}$
 $A \rightarrow 50$
 $B \rightarrow 65$
 $\frac{x+10}{y-10} = \frac{12}{11} \Rightarrow 11(x+10) = 12(y-10) \Rightarrow 11(\frac{10y}{13}+10) = 12y-120 \Rightarrow \frac{110y}{13} + 110 = 12y-120 \Rightarrow \frac{110y}{13} - 12y = -230 \Rightarrow \frac{110y-156y}{13} = -230 \Rightarrow \frac{-46y}{13} = -230 \Rightarrow 46y = 2990 \Rightarrow y = 65$
 $x = \frac{10(65)}{13} = 50$

8. Antes de una batalla, las fuerzas de dos ejércitos estaban en la relación de 7 a 9. El ejército menor perdió 15000 hombres en la batalla y el mayor 25000 hombres. Si la relación ahora es de 11 a 13, ¿Cuántos hombres tenía cada ejército antes de la batalla?
 $\frac{x}{y} = \frac{7}{9} \Rightarrow x = \frac{7y}{9}$
 $MENOR \rightarrow 70000$
 $MAYOR \rightarrow 90000$
 $\frac{x-15000}{y-25000} = \frac{11}{13} \Rightarrow 13(x-15000) = 11(y-25000) \Rightarrow 13(\frac{7y}{9}-15000) = 11(y-25000) \Rightarrow \frac{91y}{9} - 195000 = 11y-275000 \Rightarrow \frac{91y}{9} - 11y = -80000 \Rightarrow \frac{91y-99y}{9} = -80000 \Rightarrow \frac{-8y}{9} = -80000 \Rightarrow 8y = 720000 \Rightarrow y = 90000$
 $x = \frac{7(90000)}{9} = 70000$

Si el mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 2 y el residuo 9, y si 3 veces el menor se divide por el mayor, el cociente es 1 y el residuo 14. Hallar los números.

$D_1 = d \cdot r + r$
 $55 \text{ Y } 23$
 $x = y \cdot 2 + 9 \Rightarrow x = 2y + 9$
 $3y = x + 14$
 $3y = (2y + 9) + 14 \Rightarrow 3y = 2y + 23 \Rightarrow 3y - 2y = 23 \Rightarrow y = 23$
 $x = 2 \cdot 23 + 9 = 46 + 9 = 55$

$20y - 27x = -210$
 $-7x = -210$
 $x = \frac{210}{7} = 30$
 $x = \frac{5y}{6} \Rightarrow \frac{5 \cdot 30}{6} = 25$

$y = 42 \rightarrow "B"$
 $x = \frac{5y}{7} = \frac{5 \cdot 42}{7} = 30 \rightarrow "A"$

$A \rightarrow$
 $x = \frac{10y}{13} = \frac{10 \cdot 65}{13} \Rightarrow$
 $x = 50 \text{ bol.}$

$y = \frac{720.000}{8} \Rightarrow$
 $y = 90.000 \rightarrow "B"$
 $x = \frac{7y}{9} = \frac{7 \cdot 90.000}{9} \Rightarrow$
 $x = 70.000 \rightarrow "A"$

EJERCICIO 197.....PAG. 361

1. Si el mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 2 y el residuo es 4, y si 5 veces el menor se divide por el mayor, el cociente es 2 y el residuo 17. Hallar los números.

$$\begin{aligned} x > y \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ 5y = 2x + 17 \end{cases} \Rightarrow 5y = 2(2y + 4) + 17 \Rightarrow 5y = 4y + 8 + 17 \Rightarrow 5y - 4y = 25 \Rightarrow y = 25 \\ 54 \text{ Y } 25 \end{aligned}$$

2. Si el mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 3, y si 10 veces el menor se divide por el mayor, el cociente es 3 y el residuo 19. Hallar los números.

$$\begin{aligned} x > y \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 10y = 3(3y) + 19 \end{cases} \Rightarrow 10y = 9y + 19 \Rightarrow 10y - 9y = 19 \Rightarrow y = 19 \\ 57 \text{ Y } 19 \end{aligned}$$

3. Si el duplo del mayor de dos números se divide por el triplo del menor, el cociente es 1 y el residuo 3, y si 8 veces el menor se divide por el mayor, el cociente es 5 y el residuo 1. Hallar los números.

$$\begin{aligned} x > y \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3y + 3 \\ 8y = 5\left(\frac{3y+3}{2}\right) + 1 \end{cases} \Rightarrow 8y = \frac{15y+15}{2} + 1 \Rightarrow 16y = 15y + 17 \Rightarrow 16y - 15y = 17 \Rightarrow y = 17 \\ 27 \text{ Y } 17 \end{aligned}$$

4. La edad de A excede en 22 años a la edad de B, y si la edad de A se divide entre el triplo de la de B, el cociente es 1 y el residuo 12. Hallar ambas edades.

$$\begin{aligned} x = A, y = B \Rightarrow \begin{cases} x - y = 22 \\ x = 3y + 12 \end{cases} \Rightarrow 3y + 12 - y = 22 \Rightarrow 2y = 22 - 12 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = \frac{10}{2} = 5 \\ 27 \text{ Y } 5 \end{aligned}$$

5. Seis veces el ancho de una sala excede en 4 metros a la longitud de la sala, y si la longitud aumentara en 3 metros se divide entre el ancho, el cociente es 5 y el residuo 3. Hallar las dimensiones de la sala.

$$\begin{aligned} L = x, A = y \Rightarrow \begin{cases} 6y - x = 4 \\ x + 3 = 5y + 3 \end{cases} \Rightarrow 6y - 5y = 4 \Rightarrow y = 4 \text{ m} \Rightarrow x = 5y - 3 = 20 - 3 = 17 \text{ m} \\ 20 \text{ m} \times 4 \text{ m} \end{aligned}$$

- La suma de la cifra de las decenas y la cifra de las unidades de un número es 15, y si al número se resta 9, las cifras se invierten. Hallar el número.

$$\begin{aligned} x, y = \text{cifras} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 15 \\ (10x + y) - 9 = x + 10y \end{cases} \Rightarrow 10x - x + y - 10y = 9 \Rightarrow 9x - 9y = 9 \Rightarrow x - y = 1 \Rightarrow x = y + 1 \\ 87 \end{aligned}$$

EJERCICIO 198.....PAG. 362

1. La suma de la cifra de las decenas y la cifra de las unidades de un número es 12, y si al número se resta 18, las cifras se invierten. Hallar el número.

$$\begin{aligned} x, y \Rightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ (10x + y) - 18 = x + 10y \end{cases} \Rightarrow 10x - x + y - 10y = 18 \Rightarrow 9x - 9y = 18 \Rightarrow x - y = 2 \Rightarrow x = y + 2 \\ 75 \end{aligned}$$

2. La suma de las dos cifras de un número es 14, y si al número se suma 36, las cifras se invierten. Hallar el número.

$$\begin{aligned} x + y = 14 \Rightarrow (10x + y) + 36 = x + 10y \Rightarrow 10x - x + y - 10y = -36 \Rightarrow 9x - 9y = -36 \Rightarrow x - y = -4 \Rightarrow x = y - 4 \\ 59 \end{aligned}$$

3. La suma de la cifra de las decenas y la cifra de las unidades de un número es 13, y si al número se le resta 45, las cifras se invierten. Hallar el número.

$$\begin{aligned} x + y = 13 \Rightarrow (10x + y) - 45 = x + 10y \Rightarrow 10x - x + y - 10y = 45 \Rightarrow 9x - 9y = 45 \Rightarrow x - y = 5 \Rightarrow x = y + 5 \\ 94 \end{aligned}$$

4. La suma de las dos cifras de un número es 11, y si el número se divide por la suma de sus cifras, el cociente es 7 y el residuo 6. Hallar el número.

$$\begin{aligned} x + y = 11 \Rightarrow \frac{10x + y}{x + y} = 7 + \frac{6}{x + y} \Rightarrow 10(11 - y) + y = 83 \Rightarrow 110 - 10y + y = 83 \Rightarrow -9y = -27 \\ 83 \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow y = \frac{27}{9} = 3 \Rightarrow x = 11 - y \Rightarrow x = 11 - 3 = 8 \Rightarrow 83$$

$$(10x+y) - 2 = 19 \Rightarrow 10x+y-2=19(y-2) \Rightarrow 10x+y-2=19y-38 \Rightarrow 10x-18y=-36 \Rightarrow 5x-9y=-18$$

$$\Rightarrow 5x = 9y - 18 \Rightarrow 17+4y = 9y - 18 \Rightarrow 35 = 5y \Rightarrow y = \frac{35}{5} = 7$$

$$x = \frac{9y - 18}{5} = \frac{9 \cdot 7 - 18}{5} = \frac{63 - 18}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

5. Si un número de dos cifras se disminuye en 17 y esta diferencia se divide por la suma de sus cifras, el cociente es 5, y si el número disminuido en 2 se divide por la cifra de las unidades disminuida en 2, el cociente es 19. Hallar el número.

$$xy \Rightarrow \frac{(10x+y)-17}{x+y} = 5 \Rightarrow 10x+y-17 = 5x+5y \Rightarrow 5x-4y=17 \Rightarrow 5x=17+4y$$

Res: 97

6. Si a un número de dos cifras se añade 9, las cifras se invierten, y si este número que resulta se divide entre 7, el cociente es 6 y el residuo 1. Hallar el número.

$$xy \Rightarrow (10x+y)+9 = 10y+x \Rightarrow 10x+y+9 = 10y+x \Rightarrow 9x-9y = -9 \Rightarrow x-y = -1 \Rightarrow x = y-1$$

$$34 \quad 10y+x = 7 \cdot 6 + 1 \Rightarrow 10y+x = 43 \Rightarrow 10y+(y-1) = 43 \Rightarrow 11y+1 = 43 \Rightarrow 11y = 42 \Rightarrow y = 4$$

Res: 34

7. La suma de las dos cifras de un número es 9. Si la cifra de las decenas se aumenta en 1 y la cifra de las unidades se disminuye en 1, las cifras se invierten. Hallar el número.

$$xy \Rightarrow x+y=9 \Rightarrow x=9-y$$

45

- Se tienen \$120 en 33 billetes de a \$5 y de a \$2. ¿Cuántos billetes son de 5 y cuántos de \$2?

$$x \rightarrow 5 \text{ \$ } \quad 5x + 2(33-x) = 120 \Rightarrow 5x + 66 - 2x = 120 \Rightarrow 3x = 120 - 66 \Rightarrow 3x = 54$$

$$33-x \rightarrow 2 \text{ \$ } \quad x = \frac{54}{3} = 18 \Rightarrow 18 \text{ billetes de } 5 \text{ \$}$$

$$33-x = 33-18 = 15 \text{ billetes de } 2 \text{ \$}$$

15 de \$ 2
18 de \$ 5

EJERCICIO 199 **PAG. 363**

1. Se tienen \$11.30 en 78 monedas de a 20 cts. y de 10 cts. ¿Cuántas monedas son de 10 cts. y cuántas de 20 cts.?

$$x \rightarrow 20 \text{ cts } \quad 20x + 10(78-x) = 1130 \Rightarrow 20x + 780 - 10x = 1130 \Rightarrow 10x = 1130 - 780$$

$$35 \text{ de } 20 \text{ cts. } \quad 78-x \rightarrow 10 \text{ cts } \quad 10x = 350 \Rightarrow x = \frac{350}{10} = 35 \text{ monedas de } 20 \text{ cts}$$

$$43 \text{ de } 10 \text{ cts. } \quad 78-x = 78-35 = 43 \Rightarrow 43 \text{ monedas de } 10 \text{ cts}$$

2. Un hombre tiene \$404 en 91 monedas de \$5 y de a \$4. ¿Cuántas monedas son de 5 y cuántas de 4?

$$x \rightarrow 5 \text{ \$ } \quad 5x + 4(91-x) = 404 \Rightarrow 5x + 364 - 4x = 404 \Rightarrow x = 404 - 364 \Rightarrow x = 40 \text{ de } 5 \text{ \$}$$

$$91-x \rightarrow 4 \text{ \$ } \quad 91-x = 91-40 = 51 \text{ de } 4 \text{ \$}$$

40 de \$ 5
51 de \$ 4

3. En un cine hay 700 personas entre adultos y niños. Cada adulto pagó 40 cts. y cada niño 15 cts. por su entrada. La recaudación es de \$180. ¿Cuántos adultos y cuántos niños hay en el cine?

$$x = \text{adultos} \quad 0,40x + 0,15(700-x) = 180 \Rightarrow 0,40x + 105 - 0,15x = 180$$

$$300 \text{ A } \quad 700-x = \text{niños} \quad 0,25x = 180 - 105 \Rightarrow 0,25x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{0,25} = 300 \text{ adultos}$$

$$400 \text{ N } \quad \text{Niños} \rightarrow 700 - 300 = 400$$

4. Se reparten monedas de 20 cts. y de 25 cts. entre 44 personas, dando una moneda a cada una. Si la cantidad repartida es \$9.95, ¿cuántas personas recibieron monedas de 20 cts. y cuántas de 25 cts.?

$$x \rightarrow \text{personas} \rightarrow 20 \text{ cts } \quad 0,2x + 0,25(44-x) = 9,95 \Rightarrow 0,2x + 11 - 0,25x = 9,95$$

$$21 \text{ de } 20 \text{ } \quad 44-x \rightarrow \text{personas} \rightarrow 25 \text{ cts } \quad -0,05x = 9,95 - 11 \Rightarrow -0,05x = -1,05 \Rightarrow x = \frac{1,05}{0,05} = 21 \text{ personas de } 20 \text{ cts}$$

$$23 \text{ de } 25 \text{ } \quad 44-x = 44-21 = 23 \text{ personas de } 25 \text{ cts}$$

5. Se tienen 419 en 287 billetes de a \$ 1 y de a \$ 2. ¿Cuántos billetes son de a \$ 1 y cuántos de \$ 2?

$$x \rightarrow 1 \text{ \$ } \quad x + 2(287-x) = 419 \Rightarrow x + 574 - 2x = 419$$

$$155 \text{ de } \$ 1 \quad -x = 419 - 574 \Rightarrow -x = -155 \Rightarrow x = 155 \text{ billetes de } 1 \text{ \$}$$

$$132 \text{ de } \$ 2 \quad 287-x = 287-155 = 132 \text{ billetes de } 2 \text{ \$}$$

$15y - 80 + 20 = 9y + 36 \Rightarrow 6y = 36 + 60 \Rightarrow 6y = 96 \Rightarrow y = \frac{96}{6} = 16$
 $x = y + 4 = 16 + 4 = 20 \rightarrow$ A tiene 20 años
B tiene 16 años

6. Con 174 colones compré 34 libros de a 3 y de a 7 colones. ¿Cuántos libros compré de cada precio?
- $x \rightarrow 3 \text{ col.}$
 $34 - x \rightarrow 7 \text{ col.}$
 $16 \text{ de } 3 \text{ c}$
 $18 \text{ de } 7 \text{ c}$
- $3x + 7(34 - x) = 174 \Rightarrow 3x + 238 - 7x = 174 \Rightarrow -4x = 174 - 238$
 $-4x = -64 \Rightarrow x = \frac{64}{4} = 16$ } 16 de 3 colones
 $34 - x = 34 - 16 = 18 \text{ de } 7 \text{ colones}$

7. Un comerciante empleó 6720 sucres en comprar trajes a 375 sucres y sombreros a 45. Si la suma del número de trajes y el número de sombreros que compró es 54, ¿Cuántos trajes compró y cuántos sombreros?
- $x \rightarrow T \rightarrow 375x + 45(54 - x) = 6720 \Rightarrow 375x + 2430 - 45x = 6720$ } 13 T
 13 t
 41 s } $54 - 13 = 41 \text{ s}$
- $375x - 45x = 6720 - 2430 \Rightarrow 330x = 4290 \Rightarrow x = \frac{4290}{330} = 13$

- Si A le da a B \$2, ambos tendrán igual suma, y si B le da a A \$2, A tendrá el triple de lo que le queda a B. ¿Cuánto tiene cada uno?
- $A \rightarrow X$
 $B \rightarrow Y$
- $x - 2 = y + 2 \Rightarrow x = y + 4$
 $x + 2 = 3(y - 2) \Rightarrow (y + 4) + 2 = 3y - 6 \Rightarrow y + 6 = 3y - 6 \Rightarrow -2y = -12$
 $y = \frac{12}{2} = 6$
 $A: x = y + 4 = 6 + 4 = 10 \Rightarrow A = 10$
 $B: y = 6 \Rightarrow B = 6$

- Hace 8 años la edad de A era triple que la de B, y dentro de 4 años la edad de B será los 5/9 de la de A. Hallar las edades actuales.
- | | | | | |
|------|--------|--------|----------|--------|
| | TIEMPO | PASADO | PRESENTE | FUTURO |
| A 32 | A | x-8 | x | x+4 |
| B 16 | B | y-8 | y | y+4 |
- $x - 8 = 3(y - 8) \Rightarrow x - 8 = 3y - 24 \Rightarrow x = 3y - 16$
 $\frac{5}{9}(x + 4) = y + 4$
 $5(x + 4) = 9(y + 4)$
 $5(3y - 16) + 20 = 9y + 36$
 $15y - 80 + 20 = 9y + 36$
 $6y = 36 + 60 \Rightarrow 6y = 96 \Rightarrow y = 16$
 $x = 3(16) - 16 = 48 - 16 = 32$

EJERCICIO 200..... PAG. 364

1. Si A le da a B \$1, ambos tienen lo mismo, y si B le da a A \$1, A tendrá el triple de lo que le quede a B. ¿Cuánto tiene cada uno?
- $A \rightarrow X$
 $B \rightarrow Y$
- $x - 1 = y + 1 \Rightarrow x = y + 2$
 $x + 1 = 3(y - 1) \Rightarrow y + 2 + 1 = 3y - 3 \Rightarrow y + 3 = 3y - 3 \Rightarrow -2y = -6 \Rightarrow y = 3$
 $x = y + 2 = 3 + 2 = 5$
 $A = 5$
 $B = 3$

2. Si B le da a A 2 soles, ambos tienen lo mismo, y si A le da a B 2 soles, B tiene el doble de lo que le queda a A. ¿Cuánto tiene cada uno?
- $A \rightarrow X$
 $B \rightarrow Y$
- $x + 2 = y - 2 \Rightarrow x = y - 4$
 $2(x - 2) = y + 2 \Rightarrow 2x - 4 = y + 2 \Rightarrow 2(y - 4) - 4 = y + 2 \Rightarrow 2y - 8 - 4 = y + 2 \Rightarrow 2y - 12 = y + 2 \Rightarrow y = 14$
 $x = y - 4 = 14 - 4 = 10$
 $A = 10$
 $B = 14$

3. Si Pedro le da a Juan \$3, ambos tienen igual suma, pero si Juan le da a Pedro \$3, éste tiene 4 veces lo que le queda a Juan. ¿Cuánto tiene cada uno?
- $P \rightarrow X$
 $J \rightarrow Y$
- $x - 3 = y + 3 \Rightarrow x = y + 6$
 $x + 3 = 4(y - 3) \Rightarrow y + 6 + 3 = 4y - 12 \Rightarrow 3y = 21 \Rightarrow y = 7$
 $x = y + 6 = 7 + 6 = 13$
 $P: x = 13$
 $J: y = 7$

4. Hace 10 años la edad de A era doble que la de B; dentro de 10 años la edad de B será los 3/4 de la de A. Hallar las edades actuales.
- | | | | | |
|------|--------|--------|----------|--------|
| | TIEMPO | PASADO | PRESENTE | FUTURO |
| A 30 | A | x-10 | x | x+10 |
| B 20 | B | y-10 | y | y+10 |
- $x - 10 = 2(y - 10) \Rightarrow x = 2y - 10$
 $\frac{3}{4}(x + 10) = y + 10$
 $3(x + 10) = 4(y + 10)$
 $3(2y - 10) + 30 = 4y + 40$
 $6y - 30 + 30 = 4y + 40$
 $2y = 40 \Rightarrow y = 20$
 $x = 2(20) - 10 = 40 - 10 = 30$

5. Hace 6 años la edad de A era doble que la de B; dentro de 6 años será los 8/5 de la edad de B. Hallar las edades actuales.
- | | | | | |
|---|--------|--------|----------|--------|
| | TIEMPO | PASADO | PRESENTE | FUTURO |
| A | A | x-6 | x | x+6 |
| B | B | y-6 | y | y+6 |
- $x - 6 = 2(y - 6) \Rightarrow x = 2y - 6$
 $x + 6 = \frac{8}{5}(y + 6)$
 $5(x + 6) = 8(y + 6)$
 $5(2y - 6) + 30 = 8y + 48$
 $10y - 30 + 30 = 8y + 48$
 $2y = 48 \Rightarrow y = 24$
 $x = 2(24) - 6 = 48 - 6 = 42$

$$\frac{2x+5}{3} = \frac{7x-20}{9} \Rightarrow 2x+5 = \frac{7x-20}{3} \Rightarrow 6x+15 = 7x-20 \Rightarrow 7x-6x = 15+20 \Rightarrow x = 35 \Rightarrow \text{Edad A: } 35 \text{ años}$$

$$\Rightarrow \text{Edad B: } y = \frac{2x+5}{3} = \frac{2 \cdot 35 + 5}{3} = \frac{75}{3} = 25 \text{ años}$$

A 42
B 24

6. La edad de A hace 5 años era los 3/2 de la de B; dentro de 10 años la edad de B será los 7/9 de la de A. Hallar las edades actuales.

		TIEMPO PASADO	PRESENTE	FUTURO
A 35	A	x-5	x	x+10
B 25	B	y-5	y	y+10

$$x-5 = \frac{3(y-5)}{2} \Rightarrow 2x-10 = 3y-15 \Rightarrow y = \frac{2x+5}{3}$$

$$\frac{y+10}{9} = \frac{x+10}{7} \Rightarrow 7(y+10) = 9(x+10) \Rightarrow 7y+70 = 9x+90 \Rightarrow 9x = 7y-20$$

$$y = \frac{7x-20}{9}$$

7. La edad actual de un hombre es los 9/5 de la edad de su esposa, y dentro de 4 años la edad de su esposa será los 3/5 de la suya. Hallar las edades actuales.

Edad esposa: $y = 20$ años
Edad hombre: $x = \frac{9 \cdot y}{5}$
 $x = \frac{9 \cdot 20}{5} = 36$ años

		H → X	
H 36		$x = \frac{9y}{5}$	
E 20			
	H → Y		

$$\frac{3(x+4)}{5} = y+4 \Rightarrow 3x+12 = 5y+20 \Rightarrow x = \frac{5y+8}{3}$$

$$\frac{5y+8}{3} = \frac{9y}{5} \Rightarrow 25y+40 = 27y \Rightarrow y = \frac{40}{2} = 20$$

8. A y B empiezan a jugar. Si A pierde 25 lempiras, B tendrá igual suma que A, y si B pierde 35 lempiras, lo que le queda es los 5/17 de lo que tendrá entonces A. ¿Con cuánto empezó a jugar cada uno?

A 135	A → X	x-25	x	x+50
B 85	B → Y	y-35	y	y+15

$$x-25 = y+25 \Rightarrow x = y+50$$

$$\frac{5(y+50)}{17} = y-35 \Rightarrow 5y+250 = 17y-595 \Rightarrow 12y = 1020 \Rightarrow y = \frac{1020}{12} = 85$$

$$x = y+50 = 85+50 = 135$$

9. Un padre le dice a su hijo: Hace 6 años tu edad era 1/5 de la mía; dentro de 9 años será los 2/5. Hallar ambas edades actuales.

Edad del hijo: $y = \frac{x+24}{5} = \frac{54+24}{5}$
Juan: $y = 25$ cts
Pedro: $x = 5y - 90$
 $x = 125 - 90 = 35$ cts

P 51	P	x-6	x	x+9
H 15	H	y-6	y	y+9

$$\frac{x-6}{5} = y-6 \Rightarrow x-6 = 5y-30 \Rightarrow 5y = x+24$$

$$\frac{2(x+9)}{5} = y+9 \Rightarrow 2x+18 = 5y+45 \Rightarrow 5y = 2x-27$$

$$x = \frac{27+24}{5} = 51$$

10. Pedro le dice a Juan: Si me das 15 cts. tendré 5 veces lo que tú, y Juan le dice a Pedro: Si tu me das 20 cts. tendré 3 veces lo que tú. ¿Cuánto tiene cada uno?

P 35	P → X	x+15	x	x
J 25	J → Y	3(x-20)	y	y+20

$$x+15 = 5y-75 \Rightarrow x = 5y-90$$

$$3(x-20) = y+20 \Rightarrow 3x-60 = y+20 \Rightarrow 3(5y-90) = y+20$$

$$15y-270 = y+20 \Rightarrow 14y = 350 \Rightarrow y = \frac{350}{14} = 25 \text{ cts}$$

11. A le dice a B: Dame la mitad de lo que tienes, y 60 cts. más, y tendré 4 veces lo que tú, y B le contesta: Dame 80 cts. y tendré \$3.10 más que tú. ¿Cuánto tiene cada uno?

A 1.50
B 3.00

12. Hace 6 años la edad de Enrique era los 3/2 de la edad de su hermana, y dentro de 6 años, cuatro veces la edad de Enrique será 5 veces la edad de su hermana. Hallar las edades actuales.

$2(3y-6) = 5x+6$
 $6y-12 = 5x+6$
 $y = 18$ años → H de Enrique
Enrique: $x = \frac{3y-6}{2} = \frac{54-6}{2} = 24$ años

E 24	E	x-6	x	x+6
H 18	H	y-6	y	y+6

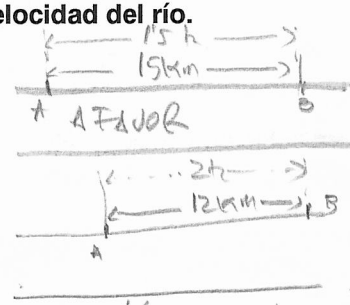
$$x-6 = \frac{3(y-6)}{2} \Rightarrow 2x-12 = 3y-18 \Rightarrow 2x = 3y-6$$

$$4(x+6) = 5(y+6) \Rightarrow 4x+24 = 5y+30 \Rightarrow 4x = 5y+6$$

$$2(2x) = 5y+6$$

Un bote que navega por un río recorre 15 kilómetros en 1/2 horas a favor de la corriente y 12 kilómetros en 2 horas contra la corriente. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.

VB 8 Km/H
VR 2 Km/H



$$V_T = \frac{15}{0.5} = 30 \text{ Km/h}$$

$$V_T = V_B + V_R \Rightarrow 30 = V_B + V_R$$

$$V_T = \frac{12}{2} = 6 \text{ Km/h}$$

$$V_T = V_B - V_R \Rightarrow 6 = V_B - V_R$$

$$16 = 2V_B \Rightarrow V_B = \frac{16}{2} = 8 \text{ Km/h}$$

$$10 = 8 + V_R \Rightarrow V_R = 10 - 8 = 2 \text{ Km/h}$$

→ V_{BRA} = Velocidad del barco río abajo
 V_{BCC} = velocidad del barco con la corriente

EJERCICIO 201 **PAG. 365**

1. Un hombre rema río abajo 10 km. en una hora y río arriba 4 km. en una hora. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.
 A favor de corriente: $V_T = V_B + V_R \rightarrow 10 = V_B + V_R$
 Contra corriente: $V_i = V_B - V_R \rightarrow 4 = V_B - V_R$
 $V_R = 10 - V_B = 10 - 7 = 3 \text{ km/h}$
 $V_B = 7 \text{ km/h}$
 $V_{BCC} = 3 \text{ km/h}$

2. Una tripulación rema 28 km. en $1 \frac{1}{4}$ hora río abajo y 24 km. en 3 horas río arriba. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.
 A favor de corriente: $V_T = V_B + V_R \rightarrow 16 = V_B + V_R \Rightarrow V_R = 16 - V_B = 16 - 12 = 4 \text{ km/h}$
 Contra corriente: $V_i = V_B - V_R \rightarrow 8 = V_B - V_R$
 $24 = 2V_B \Rightarrow V_B = \frac{24}{2} = 12 \text{ km/h}$
 $V_B = 12 \text{ km/h}$
 $V_R = 4 \text{ km/h}$

Relación de velocidades
 $\frac{V_{BRA}}{V_{BCC}} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_{BRA} = \frac{3V_{BCC}}{2}$

3. Un bote emplea 5 horas en recorrer 24 km. río abajo y en regresar. En recorrer 3 km. río abajo emplea el mismo tiempo que en recorrer 2 km. río arriba. Hallar el tiempo empleado en ir y el empleado en volver.
 $5 = t_1 + t_2 \Rightarrow t_1 = 5 - t_2$
 $3 \cdot \frac{24}{t_2} = \frac{24}{t_1} \Rightarrow \frac{3 \cdot 24}{t_2} = \frac{24}{5 - t_2} \Rightarrow 3(5 - t_2) = t_2 \Rightarrow 15 - 3t_2 = t_2 \Rightarrow 15 = 4t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$
 $t_1 = 5 - t_2 = 5 - 3 \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{4}$
 IDA 2 H
 VUELTA 3 H

4. Una tripulación emplea $2 \frac{1}{2}$ horas en recorrer 40 km. río abajo y 5 horas en el regreso. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.
 A favor de corriente: $V_T = V_B + V_R \Rightarrow 16 = V_B + V_R \Rightarrow V_R = 16 - V_B = 16 - 12 = 4 \text{ km/h}$
 Contra corriente: $V_i = V_B - V_R \rightarrow 8 = V_B - V_R$
 $24 = 2V_B \Rightarrow V_B = \frac{24}{2} = 12 \text{ km/h}$
 $V_B = 12 \text{ km/h}$
 $V_R = 4 \text{ km/h}$

Relación de velocidades
 $\frac{V_{BRA}}{V_{BCC}} = \frac{2}{1} \Rightarrow V_{BRA} = 2V_{BCC}$

5. Una tripulación emplea 6 horas en recorrer 40 km. río abajo y en regresar. En remar 1 km. río arriba emplea el mismo tiempo que en remar 2 km. río abajo. Hallar el tiempo empleado en ir y en volver.
 $6 = t_1 + t_2 \Rightarrow t_1 = 6 - t_2$
 $2 \cdot \frac{40}{t_2} = \frac{40}{t_1} \Rightarrow \frac{2 \cdot 40}{6 - t_2} = \frac{40}{t_2} \Rightarrow 2(6 - t_2) = t_2 \Rightarrow 12 - 2t_2 = t_2 \Rightarrow 12 = 3t_2 \Rightarrow t_2 = 4$
 $t_1 = 6 - t_2 = 6 - 4 = 2$
 IDA 2 H
 VUELTA 4 H

Relación de velocidades
 $\frac{V_{BRA}}{V_{BCC}} = \frac{4}{1} \Rightarrow V_{BRA} = 4V_{BCC}$

6. Un bote emplea 5 horas en recorrer 32 kilómetros río abajo y 12 kilómetros río arriba. En remar 4 kilómetros río abajo el botero emplea el mismo tiempo que en remar 1 kilómetro río arriba. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la del río.
 $5 = t_1 + t_2 \Rightarrow t_1 = 5 - t_2$
 $4 \cdot \frac{32}{t_2} = \frac{32}{t_1} \Rightarrow \frac{4 \cdot 32}{5 - t_2} = \frac{32}{t_2} \Rightarrow 4(5 - t_2) = t_2 \Rightarrow 20 - 4t_2 = t_2 \Rightarrow 20 = 5t_2 \Rightarrow t_2 = 4$
 $t_1 = 5 - t_2 = 5 - 4 = 1$
 $V_{BCC} = \frac{12}{t_2} = \frac{12}{4} = 3 \text{ km/h}$
 $V_{BRA} = 4 \cdot V_{BCC} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ km/h}$
 $V_B = 10 \text{ km/h}$
 $V_R = 6 \text{ km/h}$

La suma de tres números es 160. Un cuarto de la suma del mayor y el mediano equivale al menor disminuido en 20, y si a $\frac{1}{2}$ de la diferencia entre el mayor y el menor se suma el número del medio, el resultado es 57. Hallar los números.

$x + y + z = 160$
 $\frac{x+z}{4} + y = 57 \Rightarrow x+z + 4y = 228$
 $\frac{x-y}{2} = z - 20 \Rightarrow x - y = 2z - 40$
 $x + 2y + z = 114$
 $x = 62$
 $y = 50$
 $z = 48$

8 La suma de las tres cifras de un número es 16. La suma de las cifras de las centenas y las cifras de las decenas es el triple de la cifra de las unidades, y si al número se le resta 99, las cifras se invierten. Hallar el número.

$x + y + z = 16$
 $x + y = 3z$
 $x + y + z = 16$
 $x + y - 3z = 0$
 $z = 4$
 $x = 5$
 $y = 7$
 574

EJERCICIO 202 **PAG. 367**

$100x + 10y + z - 99 = 100z + 10y + x$
 $99x - 99z = 99$
 $x - z = 1$

1. La suma de tres números es 37. El menor disminuido en 1 equivale a 1/3 de la suma del mayor y el mediano; la diferencia entre el mediano y el menor equivale al mayor disminuido en 13. Hallar los números.

$x > y > z$
 $10, 12 \text{ Y } 15$
 $x+y+z=37$
 $z-1 = \frac{x+y}{3}$
 $y-z = x-13$

resolviendo el sistema:
 $x=15$
 $y=12$
 $z=10$

2. 5 kilos de azúcar, 3 de café y 4 de frijoles cuestan \$ 1.18; 4 de azúcar, 5 de café y 3 de frijoles cuestan \$ 1.45; 2 de azúcar, 1 de café y 2 de frijoles cuestan 46 cts. Hallar el precio de un kilo de cada mercancía.

$x = \text{precio 1kg azúcar}$
 $y = \text{precio 1kg Café}$
 $z = \text{precio 1kg frijoles}$

(1) $5x+3y+4z=118$
 (2) $4x+5y+3z=145$
 (3) $2x+y+2z=46$

A6
 C20
 F7

$x=20$
 $z=2$
 $y=10$

3. La suma de las tres cifras de un número es 15. La suma de las cifras de las centenas con la cifra de las decenas es los 3/2 de la cifra de las unidades, y si al número se le resta 99, las cifras se invierten. Hallar el número.

Número: xyz
 $x+y+z=15$
 $x+y = \frac{3z}{2}$
 $100x+10y+z - 99 = 100z+10y+x$

726
 $99x - 99z = 99$
 $x-z=1$

$x+y+z=15$
 $2x+2y=3z$
 $x-z=1$

$x=12$
 $y=2$
 $z=1$

4. La suma de tres números es 127. Si a la mitad del menor se añade 1/3 del mediano y 1/9 del mayor, la suma es 39 y el mayor excede en 4 a la mitad de la suma del mediano y el menor. Hallar los números.

Números x, y, z
 $x+y+z=127$
 $\frac{z}{2} + \frac{y}{3} + \frac{x}{9} = 39$
 $x - (\frac{y+z}{2}) = 4$

$45 \cdot 42 \cdot 40$

(1) $x+y+z=127$
 (2) $\frac{z}{2} + \frac{y}{3} + \frac{x}{9} = 39$
 (3) $x - (\frac{y+z}{2}) = 4$

$40, 42 \text{ Y } 45$

5. La suma de las tres cifras de un número es 6. Si el número se divide por la suma de las cifras de las centenas y la cifra de las decenas, el cociente es 41, y si al número se le añade 198, las cifras se invierten. Hallar el número.

Número: xyz
 $x+y+z=6$
 $\frac{100x+10y+z}{x+y} = 41$
 $100x+10y+z + 198 = 100z+10y+x$

123
 $100x - x + 10y - 10y + z - 100z = -198$
 $x - z = -2 \Rightarrow x = z - 2$

123
 $z = \frac{360}{122} = 3 \Rightarrow x = z - 2 = 3 - 2 = 1$
 $y = 6 - z - x = 6 - 3 - 1 = 2$

6. La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180°. El mayor excede al menor en 35° y el menor excede en 20° a la diferencia entre el mayor y el mediano. Hallar los ángulos.

$x > y > z$
 $x+y+z=180$
 $x-z=35$
 $z - (x-y) = 20$

$80^\circ, 55^\circ \text{ y } 45^\circ$

$z - [(35+z) - y] = 20$
 $x+z=180-55 \Rightarrow x+z=125$
 $x-z=35$

$z = 160 \Rightarrow x = \frac{160-80}{2} = 40$
 $z = x - 35 = 40 - 35 = 5$

7. Un hombre tiene 110 animales entre vacas, caballos y terneros, 1/8 del número de vacas más 1/9 del número de caballos más 1/5 del número de terneros equivalen a 15, y la suma del número de terneros con el de vacas es 65. ¿Cuántos animales de cada clase tiene?

Vacas $\rightarrow x$
 Caballos $\rightarrow y$
 Terneros $\rightarrow z$

(1) $x+y+z=110$
 (2) $\frac{x}{8} + \frac{y}{9} + \frac{z}{5} = 15$
 (3) $x+z=65$

V40
 C45
 T25

$y = 110 - 65 = 45$ caballos
 $\frac{x}{8} + \frac{45}{9} + \frac{z}{5} = 15$
 $\frac{x}{8} + 5 + \frac{z}{5} = 15 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{z}{5} = 10$
 $5x + 8z = 400$
 $5x - 5z = -325$
 $3z = 725 \Rightarrow z = 25$ terneros
 $x = 65 - z = 65 - 25 = 40$ vacas

8. La suma de las tres cifras de un número es 10. La suma de las cifras de las centenas y la cifra de las decenas excede en 4 a la cifra de las unidades, y la suma de las cifras de las centenas y la cifra de las unidades excede en 6 a la cifra de las decenas. Hallar el número.

Número: xyz
 (1) $x+y+z=10$
 (2) $x+y-z=4$
 (3) $x+z-y=6$

523
 $2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10-5}{2} = 2.5$
 $(1) 5+y+z=10$
 $(2) 5+y-z=4$
 $y+z=5$
 $y-z=1$
 $2z=4 \Rightarrow z=2$
 $y=3$
 $x=5$
 $z=2$
 $y=3$
 $x=5$

9. La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180°. La suma del mayor y el mediano es 135° y la suma del mediano y el menor es 110°. Hallar los ángulos.

$x+y+z=180$
 $x+y=135$
 $y+z=110$

$x+(135-x)+z=180 \Rightarrow x+135-x+z=180 \Rightarrow z=180-135$
 $z=45^\circ$
 $x=135-x \Rightarrow 135-x=110-z \Rightarrow x-z=25$
 $x=25+z=25+45=70^\circ$
 $y=110-z=110-45=65^\circ$

10. Entre A, B y C tienen 140 bolívares. C tiene la mitad de lo que tiene A, y A bs. 10 más que B. ¿Cuántos tiene cada uno?

A → x
B → y
C → z

$$\begin{cases} x+y+z=140 \\ x=2z \\ y+10=2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+10+2z=140 \\ y+10=2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+z=130 \\ y=2z-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(2z-10)+z=130 \\ 5z=150 \Rightarrow z=30 \text{ bol.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 2z = 2 \cdot 30 = 60 \text{ bol.} \\ y &= 2z - 10 = 60 - 10 = 50 \text{ bol.} \end{aligned}$$

11. Si A le da \$ 1 a C, ambos tienen lo mismo; si B tuviera \$ 1 menos, tendría lo mismo que C, y si A tuviera \$ 5 más, tendría tanto como el doble de lo que tiene C. ¿Cuánto tiene cada uno?

A → x
B → y
C → z

$$\begin{cases} x-1=z+1 \\ y-1=z \\ x+5=2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=z+2 \\ x=2z-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z+2=z-5 \\ z=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=6 \end{cases}$$

12. Determinar un número entre 300 y 400 sabiendo que la suma de sus cifras es 6 y que leído al revés es 41/107 del número primitivo.

Número: xyz.
Como 300 < xyz < 400
x=3
999z = 11979 + 1980
z = 9999 → 4 = y - 3z = 3 + 2 + 1 = 321

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 100z+10y+x = \frac{41}{107}(100x+10y+z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12300 + 10y + 41z = 10700z + 1070y + 321 \end{cases}$$

$$10659z + 660y = 11979 \Rightarrow 10659z + 1980 - 660z = 11979$$

13. Si A le da a B 2 quetzales, ambos tienen lo mismo. Si B le da a C 1 quetzal, ambos tienen lo mismo. Si A tiene los 8/5 de lo que tiene C, ¿Cuánto tiene cada uno?

A → x
B → y
C → z

$$\begin{cases} x-2=y+2 \\ y-1=z+1 \\ x = \frac{8z}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+4 \\ y=z+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=z+6 \\ x = \frac{8z}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z+6 = \frac{8z}{5} \\ 5z+30 = 8z \\ 3z = 30 \Rightarrow z=10 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= z+2 = 12 \\ x &= \frac{8z}{5} = \frac{8 \cdot 10}{5} = 16 \end{aligned}$$

14. Hallar un número mayor que 400 y menor que 500 sabiendo que sus cifras suman 9 y que leído al revés es 16/49 del número primitivo.

Número: xyz.
Como 400 < x < 500
x=4
y=5-2=3
Número es: 441

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ 100z+10y+x = \frac{16}{49}(100x+10y+z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4900z + 490y + 49x = 1600x + 160y + 16z \end{cases}$$

$$4884z + 488y = 1551x \Rightarrow 4884z + 488y = 1551(9-z) \Rightarrow 4884z + 488y = 13959 - 1551z$$

$$6435z + 488y = 13959 \Rightarrow 6435z + 160y + 16z = 4900z + 490y + 16z = 4900z + 490y + 16z = 13959$$

15. Si al doble de la edad de A se suma la edad de B, se obtiene la edad de C aumentada en 32 años. Si al tercio de la edad de B se suma el doble de la de C, se obtiene la de A aumentada en 9 años, y el tercio de la suma de las edades de A y B es 1 año menos que la edad de C. Hallar las edades respectivas.

Edad A → x
Edad B → y
Edad C → z

$$\begin{cases} 2x+y+z=32 \\ \frac{y}{3}+2z=x+9 \\ \frac{x+y}{3}=z-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y+z=32 \\ 3x-y-6z=-27 \\ 5x-7z=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y-6z=-27 \\ 5x-7z=5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3x &= y+6z-27 \\ 5(y+6z-27)-7z &= 5 \Rightarrow 5y+30z-135-7z=5 \Rightarrow 5y+23z=140 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5y &= 140-23z \\ y &= 28-\frac{23z}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &= 32-y-z = 32-\frac{23z}{5}-z = \frac{160-28z-5z}{5} = \frac{132-33z}{5} \\ x &= \frac{5+7z}{5} = \frac{5+70}{5} = \frac{75}{5} = 15 \\ y &= 28-\frac{23 \cdot 15}{5} = 28-69 = -41 \end{aligned}$$