NÚMEROS COMPLEJOS

Problema 7:

La suma de las partes reales de dos números complejos conjugados es 6, y la suma de sus módulos es 10. Determinar estos dos números y deducir el argumento de su producto.

Solución Problema 7:

Sean los números complejos:

$$\mathrm{z} = \mathrm{a} + \mathrm{bi}$$

Y su conjugado:

$$\hat{\mathrm{z}} = a - bi$$

La suma de las partes reales es 6:

$$\mathrm{a} + \mathrm{a} = 6$$

$$2\mathrm{a} = 6$$

$$a = \frac{6}{2} = 3$$

La suma de sus módulos es 10:

$$\sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2} + \sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2} = 10$$

$$2.\sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2} = 10$$

$$\sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2} = 5$$

$$\left(\sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2}\right)^2 = 5^2$$

$$\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2 = 25$$

$$3^2 + \mathrm{b}^2 = 25$$

$$9 + \mathrm{b}^2 = 25$$

$$\mathrm{b}^2 = 25 - 9$$

$\mathrm{b}^2 = 25 - 9$

$\mathrm{b}^2 = 16$

$b = \sqrt{16}$

$b = \pm 4$

Luego los números complejos son:

$\mathrm{z} = \mathrm{a} + \mathrm{bi}$

$\mathbf{z} = \mathbf{3} + \mathbf{4i}$

$\hat{\mathrm{z}} = a - bi$

$\hat{\mathrm{z}} = \mathbf{3} - \boldsymbol{4i}$

Argumento de su producto:

$\mathrm{z} = 3 + 4\mathrm{i}$

$\hat{\mathrm{z}} = 3 - 4i$

$$z.\hat{\mathrm{z}} = (3 + 4\mathrm{i})(3 - 4i) = 9 + 12i - 12i - 16\mathrm{i}^2 = 9 - 16.(-1)$$
$$= 9 + 16 = 25$$

$\mathrm{z}.\hat{\mathrm{z}} = 25$

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathrm{arctg}\frac{0}{25} = \mathbf{0}º$$