

NÚMEROS COMPLEJOS

Problema 5:

Calcular y simplificar todo lo posible:

$$\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^4$$

Solución Problema 5:

$$z = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^4$$

Está en el 2º cuadrante (abscisa negativa y ordenada positiva)

Para resolverlo, expresaremos z en forma polar, para ello:

Hallamos su módulo:

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{2+2}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

Hallamos su argumento:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \operatorname{arctg}(-1) = 135^\circ$$

Luego, z en forma polar es:

$$z = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^4 = (1_{135^\circ})^4$$

$$z = (1_{135^\circ})^4 = (1)^4_{4 \cdot 135^\circ} = 1_{540^\circ} = 1_{135^\circ}$$