NÚMEROS COMPLEJOS

Problema 10:

Representar gráficamente las raíces cúbicas de -8. Expresar dichas raíces en forma binómica.

Solución Problema 10:

Para ello, calculamos su módulo y sus argumentos que serán tres por tres las raíces.

Módulo:

$$|\mathrm{z}| = \sqrt[3]{8} = 2$$

Argumentos:

$$\alpha = arctg\ \frac{0}{-8} = 180º$$

Como nos piden las raíces cúbicas lo podemos calcular de la siguiente manera:

$$\alpha_i = \frac{\alpha + 2k\pi}{\mathrm{n}}$$

En el que:

α son los argumentos, 3 en este caso

n= número de raíces, en este caso 3

k= 0, 1, 2 (por ser 3 las raíces)

Así:

$$\alpha_1 = \frac{180 + 2.0.\pi}{3} = \frac{180}{3} = 60º$$

$$\alpha_2 = \frac{180 + 2.1.\pi}{3} = \frac{180 + 2\pi}{3} = \frac{180 + 360}{3} = \frac{540}{3} = 180º$$

$$\alpha_3 = \frac{180 + 2.2.\pi}{3} = \frac{180 + 4\pi}{3} = \frac{180 + 720}{3} = \frac{900}{3} = 300º$$

Luego, las raíces solución son:

$z_1 = \ 2_{60º}$

En forma binómica:

$$\boldsymbol{z_1} = \ 2_{60º} = 2\left(\cos 60º + i\ sen\ 60º) = 2(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + i\sqrt{3}$$

$z_2 = \ 2_{180º}$

En forma binómica:

$$\boldsymbol{z_2} = \ 2_{180º} = 2(\cos 180º + i\ sen\ 180º) = 2(-1 + \mathrm{i}.0) = \boldsymbol{-2}$$

$z_3 = \ 2_{300º}$

En forma binómica:

$$\boldsymbol{z_3} = \ 2_{300º} = \ 2\left(\cos 60º - i\ sen\ 60º) = 2(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) = \boldsymbol{1 - i\sqrt{3}}$$