

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 30:

Dada la sucesión

$$\frac{n^2 - 1}{n}, n, \frac{n^2 + 1}{n}, \frac{n^2 + 2}{n}$$

En la que n es un número natural, encontrar el enésimo término y la suma de sus términos

Solución Problema 30:

Sea " a_n " el término enésimo de la progresión

Sea S_n la suma de los términos de la progresión

Sea "d" la razón

Hallamos la razón mediante la diferencia entre dos de sus términos:

$$d = a_n - a_{n-1}$$

$$d = a_4 - a_3$$

$$d = \frac{n^2 + 2}{n} - \frac{n^2 + 1}{n} = \frac{n^2 + 2 - (n^2 + 1)}{n} = \frac{n^2 + 2 - n^2 - 1}{n} = \frac{1}{n}$$

$$\mathbf{d = \frac{1}{n}}$$

A continuación calculamos el término enésimo:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{n} + (n - 1)\frac{1}{n}$$

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{n} + \frac{n - 1}{n} = \frac{n^2 - 1 + n - 1}{n} = \frac{n^2 + n - 2}{n}$$

$$\mathbf{a_n = \frac{n^2 + n - 2}{n}}$$

Ahora calculamos la suma:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{\frac{n^2 - 1}{n} + \frac{n^2 + n - 2}{n}}{2} \cdot n = \frac{\frac{n^2 - 1 + n^2 + n - 2}{n}}{2} \cdot n =$$

$$\frac{2n^2 + n - 3}{2n} \cdot n = \frac{2n^2 + n - 3}{2}$$

$$S_n = \frac{2n^2 + n - 3}{2}$$