

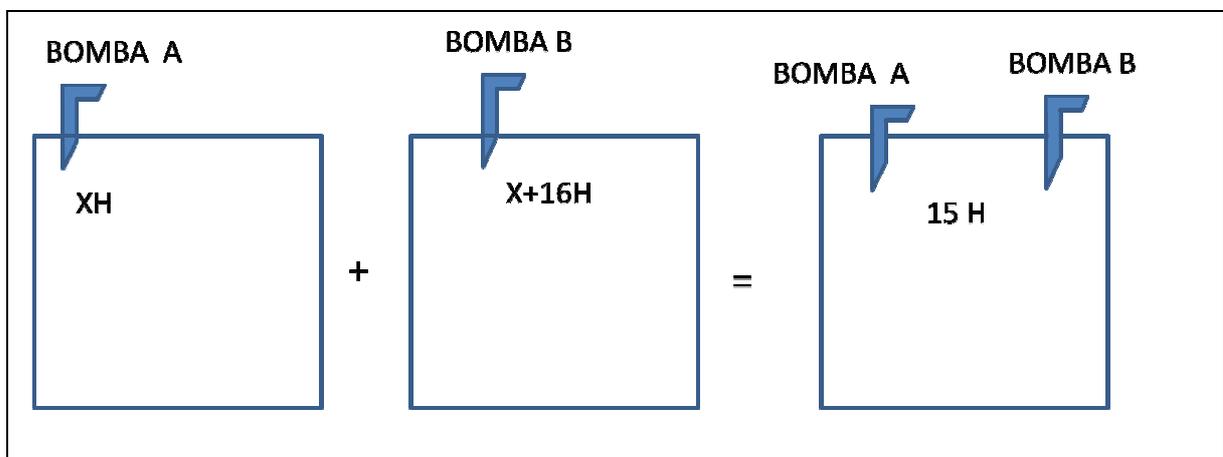
PROBLEMAS DE GRIFOS, FUENTES Y MANANTIALES

Problema 18:

Cuando dos bombas actúan a la vez, tardan en agotar un pozo 15 horas. Si actuara solo la menor, tardaría en agotarlo 16 horas más que si actuara solo la mayor. ¿Cuánto tardaría ésta?

Solución Problema 18:

Paso 1: Hacer un croquis del problema



Sea x el tiempo que invierte la bomba mayor A en agotar el pozo

Sea $x+16$ el tiempo que invierte la bomba menor B en agotar el pozo

Paso 2:

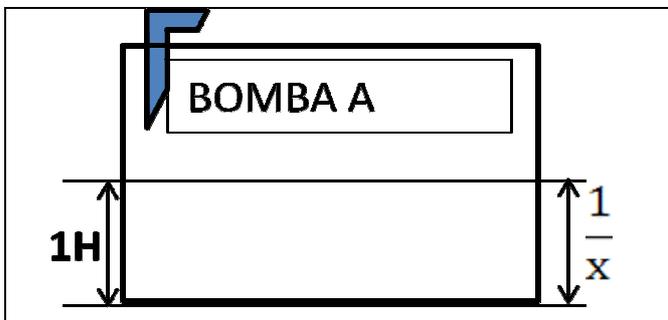
Calcular en la unidad de tiempo, es decir, en una hora cuánta capacidad o cantidad de pozo agota cada bomba.

Así, la bomba A, la mayor, agota el pozo en x, luego mediante una regla de tres tengo cuánto vacía en 1 hora

Si la Capacidad total la vacía en ----- x horas

c_a capacidad se vaciará en -----1 hora

$$c_a = \frac{1}{x} \quad \text{de la capacidad vacío en 1 hora}$$

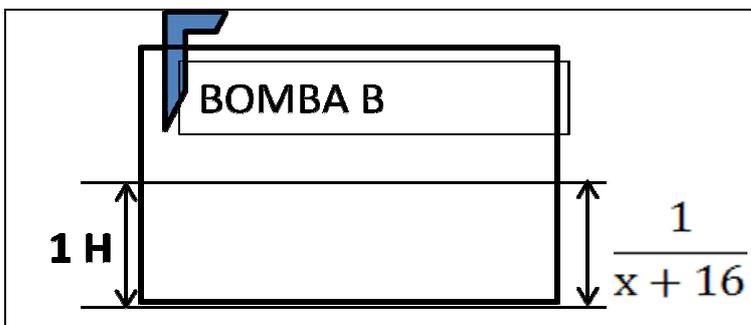


Así, la bomba B, la pequeña, agota el pozo en x+16 horas, luego mediante una regla de tres tengo cuánto se vacía en 1 hora

Si la Capacidad total la vacía en ----- x +16 horas

c_b capacidad se vaciará en -----1 hora

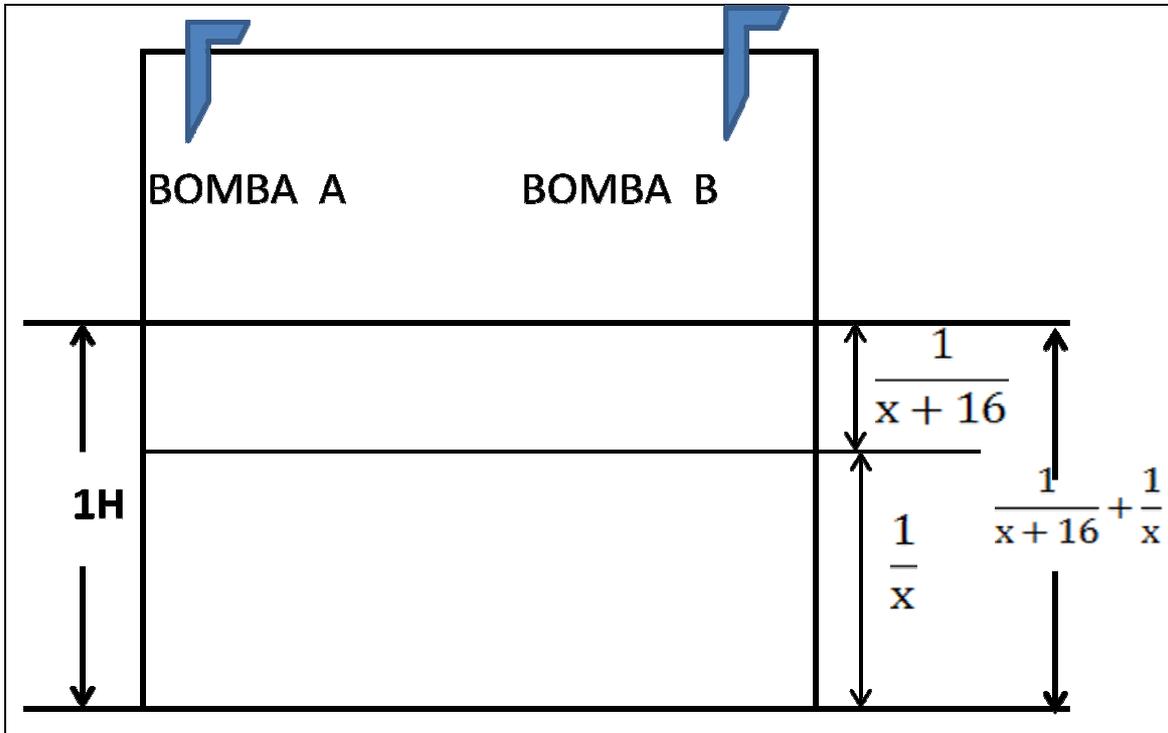
$$c_b = \frac{1}{x+16} \quad \text{de la capacidad vacío en 1 hora}$$



Paso 3

Luego en 1 hora las dos bombas A y B vacían:

$$C_{a+b} = \frac{1}{x+16} + \frac{1}{x}$$



Paso 4:

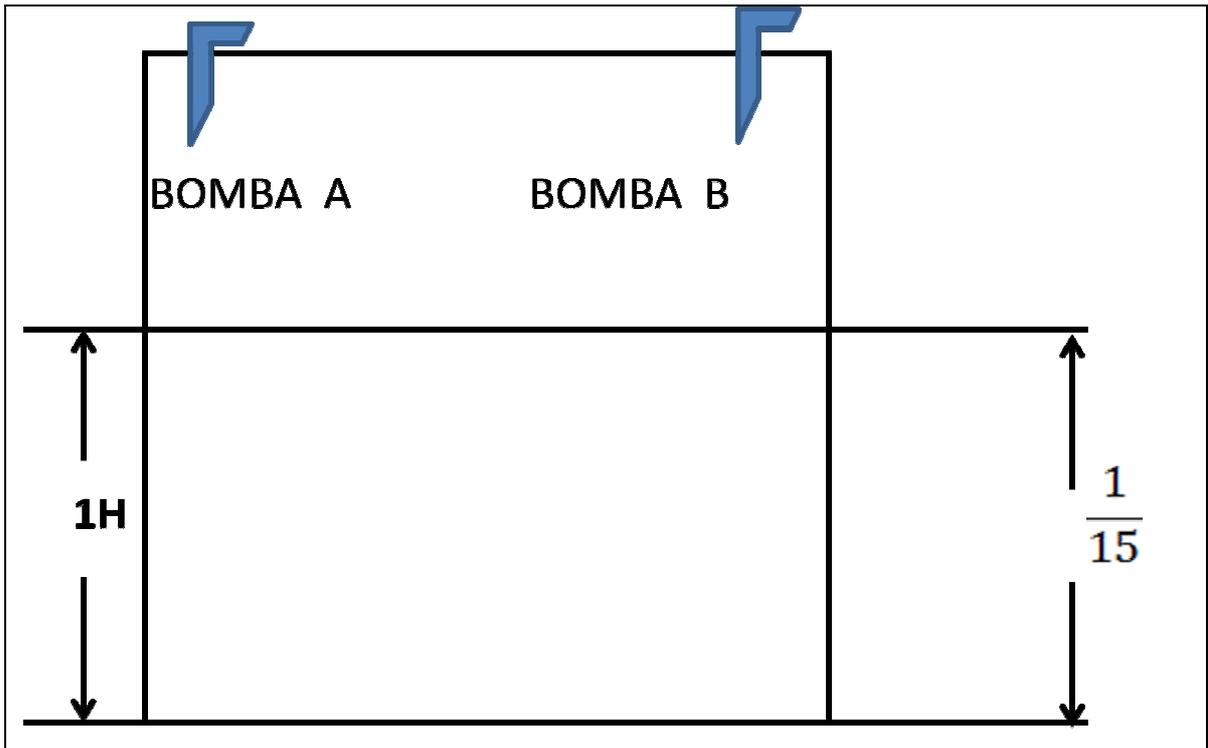
Calcular en la unidad de tiempo, es decir, en una hora cuánta capacidad o cantidad de pozo vacían las dos bombas juntas.

Así, el enunciado dice que dos bombas agotan el pozo en 15 horas, luego mediante una regla de tres tengo cuánto vacían en 1 hora

Si la Capacidad total la vacían en ----- 15 horas

C_{a+b} capacidad se vaciará en -----1 hora

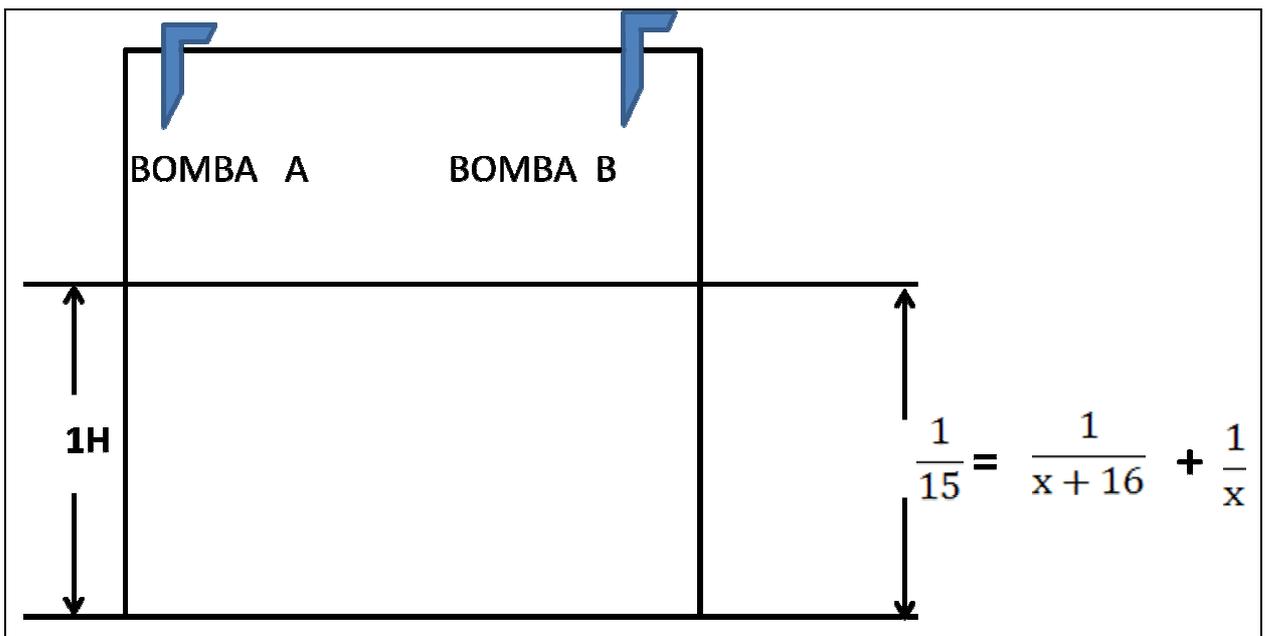
$$C_{a+b} = \frac{1}{15} \quad \text{de la capacidad vacío en 1 hora}$$



Paso 5:

Hemos calculado cuánta capacidad vacían las dos bombas juntas en una hora, luego podemos plantear la ecuación:

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{x+16} + \frac{1}{x}$$



Resolvemos la ecuación:

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{x+16} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{x+x+16}{x(x+16)} = \frac{2x+16}{x(x+16)}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{2x+27}{x(x+27)}$$

$$x(x+16) = 15(2x+16)$$

$$30x + 240 = x^2 + 16x$$

$$x^2 - 14x - 240 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 + 4 \cdot 1 \cdot 240}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 960}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{1156}}{2}$$
$$= \frac{14 \pm 34}{2}$$

$$x_1 = \frac{14 + 34}{2} = \frac{48}{2} = \mathbf{24 \text{ solución válida}}$$

$$x_2 = \frac{14 - 34}{2} = \frac{-20}{2} = \mathbf{-10 \text{ solución no válida}}$$

La bomba mayor tarda 24 horas en vaciar el pozo